VII. Dezső Gábor Emlékverseny – a matematika terén tehetséges tanulók fejlesztésének tehetségműhelyek együttműködésével megvalósuló jó gyakorlata
Csíkszentmárton, 2017. május 18.

Írásbeli feladatlap

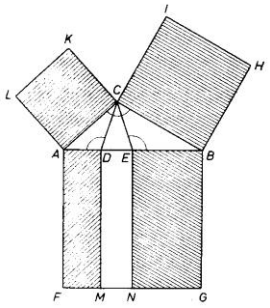
1. Macska játék

Hét ház mindegyikében 7 macska él. Mindegyik macska megfogott 7 egeret, amelyek mindegyike megevett 7 búzakalászt, és minden kalászban volt 7 szem búza. Mennyi az egerek által megevett búzaszemek száma?

2.Tabit Ibn Korra (826-901)

Tabit *kitűnő kommentátor és fordító volt.Számos lefordított művében a tételek bizonyítását kiegészítette, a tételeket általánosította. Ezek közé tartozik Pitagorász-tételének egyféle általánosítása:*

Bizonyítsuk be, hogy ha az ABC háromszög C csúcsából megrajzoljuk a CD és CE szakaszokat, úgy, hogy ezek az AB oldallal akkora szöget zárjanak be, mint a háromszög C csúcsánál fekvő szöge, akkor $AC^2 + BC^2 = AB(AD + EB)$



3. Az Ivanov család

Hány éves Ivanov?

-Tizennyolc éve háromszor annyi idős volt, mint a fia.

-Most kétszer annyi éves, mint a fia.

-Ez egy másik fiú?

-Nem, ugyanaz, csak egy gyereke van. És így már könnyen meghatározhatjuk, hány éves most Ivanov és a fia. Nos, hány évesek?

4. Szántóföldek

Az egyik területről négyzetméterenként $\frac{2}{3}$ kg búzát arattam. A másik földem minden négyzetméterén $\frac{1}{2}$ kg gabona termett. A két terület terméshozama között a különbség 500 kg. A két földterület összesen 1800 m^2. Hány négyzetméter a két földem külön-külön?

5. A talált kincs

Regisztrált Tehetségpont

Matrózok, akik jó barátok voltak, egy szigeten kincset találtak: 48 egyforma ezüst tálkát, 72 egyforma hamutartót és 100 egyforma igazgyöngyöt. Nagy szerencséjük volt, mert éppen annyian voltak, hogy mindhárom ajándékon igazságosan tudtak osztozni. Hányan lehettek?

6. Számmisztika

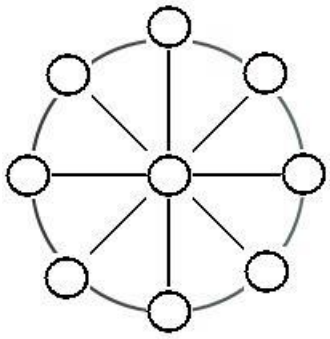
Egy számmisztikával foglalkozó klub tagjai az 1, 2, 3, …., 11 számok közül némelyiket szerencsésnek, a többit pedig szerencsétlennek nevezik. A következőket árulták el a számaikról:

- Ha egy szám szerencsés, akkor az őt összegben kiegészítő szám is szerencsés.
- Ha egz szám szerencsés, akkor az osztói is szerencsés számok
- Van páros szerencsés szám
- A szerencsétlen számok száma is szerencsétlen szám.

Határozzuk meg a szerencsés számokat.

7. Számkerék

A alábbi ábra alakzatában helyezzük el 1-től 9-ig a számokat úgy, hogy egyikük a kör középpontjába kerüljön, a többiek pedig az átmérők végpontjaiba, és minden egyes mentén a három szám összege 15-öt adjon.



8. *Verne Gyula hőse*

Verne Gyula valamelyik hőse kiszámította, hogy ha körbejárja a Földet az Egyenlítő mentén, akkor a fejebúbja mennyivel hosszabb távolságot tesz meg, mint a talpa. Számítsátok ki ti is, tudva azt, hogy a hős magassága 1,7m volt. $(\pi \approx 3{,}14)$

9. Nyolc gyufából.

Állítsd össze nyolc gyufából azt az alakzatot, amelynek legnagyobb a területe.

10. Egyiptomi építészek

Az ókori egyiptomi építészek 3 cövek és 12 egyenlő közzel csomózott kötél segítségével szerkesztettek derékszöget. Szerkesszetek ti is egy ilyen derékszögű háromszöget. Indokoljátok meg a válaszotokat.

Pontozás: Minden feladat10 pontot ér.
Munkaidő: 90 perc

FELADATOK- JAVÍTÓKULCS

Pontozás: Minden feladat10 pontot ér.

1. Macska játék

Hét ház mindegyikében 7 macska él. Mindegyik macska megfogott 7 egeret, amelyek mindegyike megevett 7 búzakalászt, és minden kalászban volt 7 szem búza. Mennyi az egerek által megevett búzaszemek száma?

Megoldás:

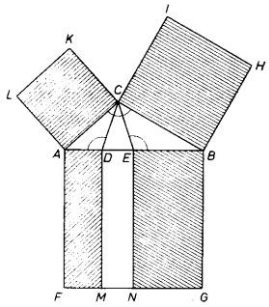
ház 7 (2p)
macska.....49 (2p)
egér.....343 (2p)
kalász.....2401 (2p)
Tehát búzaszem….16807 (2p)

2 .Tabit Ibn Korra (826-901)

Tabit *kitűnő kommentátor és fordító volt.Számos lefordított művében a tételek bizonyítását kiegészítette, a tételeket általánosította. Ezek közé tartozik Pitagorász-tételének egyféle általánosítása:*

Bizonyítsuk be, hogy ha az ABC háromszög C csúcsából megrajzoljuk a CD és CE szakaszokat, úgy, hogy ezek az AB oldallal akkora szöget zárjanak be, mint a háromszög C csúcsánál fekvő szöge, akkor

$AC^2 + BC^2 = AB(AD + EB)$



Megoldás:

Az *ABC* háromszög hasonló az *ACD* háromszöghöz, tehát *AC:AD=AB:AC*. A *BEC* háromszög hasonló a *BCA* háromszöghöz, tehát *BC:EB=AB:BC*. Az első aránypárból

$AC^2 = AB \cdot AD$,

a másodikból

$BC^2 = AB \cdot EB$.

A kettő összege

$AC^2 + BC^2 = AB(AD + EB)$.

Regisztrált Tehetségpont

3. Az Ivanov család

Hány éves Ivanov?

-Tizennyolc éve háromszor annyi idős volt, mint a fia.

-Most kétszer annyi éves, mint a fia.

-Ez egy másik fiú?

-Nem, ugyanaz, csak egy gyereke van. És így már könnyen meghatározhatjuk, hány éves most Ivanov és a fia. Nos, hány évesek?

Megoldás:

x éves a fiú most x-18 volt 18 évvel ezelőtt (2p)

2x éves az apa most 2x-18 volt 18 évvel ezelőtt (2p)

Tehát: $3(x-18)=2x-18$ (4p)

$x=36$

A fiú 36 éves és az apa 72 éves (2p)

4. Szántóföldek

Az egyik területről négyzetméterenként $\frac{2}{3}$ *kg búzát arattam. A másik földem minden négyzetméterén* $\frac{1}{2}$ *kg gabona termett. A két terület terméshozama között a különbség 500 kg. A két földterület összesen 1800* m^2*. Hány négyzetméter a két földem külön-külön?*

Megoldás:

Ha az egyik terület x m^2, a másik pedig y m^2, akkor a terméskülönbség 500 kg lévén:

$$\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y=500 \quad (4p)$$

Mivel a területek összege 1800 m^2, azért $x+y=1800$. (2p)

Tehát $x=1200$, $y=600$. (4p)

5. A talált kincs

Matrózok, akik jó barátok voltak, egy szigeten kincset találtak: 48 egyforma ezüst tálkát, 72 egyforma hamutartót és 100 egyforma igazgyöngyöt. Nagy szerencséjük volt, mert éppen annyian voltak, hogy mindhárom ajándékon igazságosan tudtak osztozni. Hányan lehettek?

Megoldás: $(48, 72, 100) = 2^2 = 4$ matróz volt a szigeten. (10p)

6. Számmisztika

Egy számmisztikával foglalkozó klub tagjai az 1, 2, 3, …., 11 számok közül némelyiket szerencsésnek, a többit pedig szerencsétlennek nevezik. A következőket árulták el a számaikról:

- *Ha egy szám szerencsés, akkor az őt összegben kiegészítő szám is szerencsés.*
- *Ha egy szám szerencsés, akkor az osztói is szerencsés számok*
- *Van páros szerencsés szám*

- *A szerencsétlen számok száma is szerencsétlen szám.*

Határozzuk meg a szerencsés számokat.

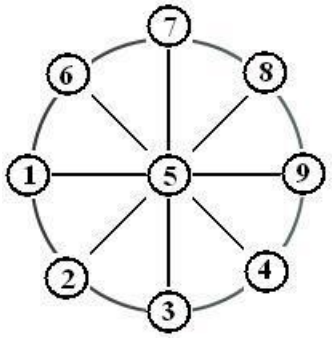
Megoldás:

Mivel van páros szerencsés szám, ennek osztója az 1 és a 2, így ezek mindenképp szerencsés számok. (1p
Ebből következik hogy a 12 − 2 = 10 és a 12 − 1 = 11 is szerencsés. (1p)
Mivel 10-nek osztója, ezért az 5 is szerencsés, emiatt viszont a 12−5 = 7 is az. (1p)
Ekkor legfeljebb 5 darab szerencsétlen szám maradt. (1p)
Mivel az 1, 2, 5 szerencsés számok, ezért szerencsétlen számból csak 3 vagy 4 darab lehet. (1p)
Ha a 6 szerencsés lenne, akkor a 3 és a 9 is az lenne, vagyis 3-nál kevesebb szerencsétlen szám lenne, ami lehetetlen. Így a 6 szerencsétlen. (1p)
A 4 és a 8, valamint a 3 és a 9 mindenképp együtt szerencsések vagy szerencsétlenek. (1p)
Így a szerencsétlen számok száma csak 3 lehet. (1p)
Ekkor viszont a 3 (és a 9) szerencsétlenek, tehát a 4 és a 8 szerencsések. (1p)
Azaz a szerencsés számok: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11. (1p)

7. Számkerék

Az alábbi ábra alakzatában helyezzük el 1-től 9-ig a számokat úgy, hogy egyikük a kör középpontjába kerüljön, a többiek pedig az átmérők végpontjaiba, és minden egyes mentén a három szám összege 15-öt adjon.

Megoldás:



8. Verne Gyula hőse

Verne Gyula valamelyik hőse kiszámította, hogy ha körbejárja a Földet az Egyenlítő mentén, akkor a fejebúbja mennyivel hosszabb távolságot tesz meg, mint a talpa. Számítsátok ki ti is, tudva azt, hogy a hős magassága 1,7m volt. $(\pi \approx 3{,}14)$

Megoldás:

$K_{láb} = 2\pi R$, R –a Földgömb sugara (3p)

$K_{fej} = 2\pi(R+1{,}7)$ (3p)

$K_{fej} - K_{láb} = 2\pi(R+1{,}7) - 2\pi R = 2\pi \cdot 1{,}7 = 10{,}67 \approx 10{,}7m$ (4p)

Regisztrált Tehetségpont

9. Nyolc gyufából.

Állítsd össze nyolc gyufából azt az alakzatot, amelynek legnagyobb a területe.

Megoldás:

(10p)

10. . Egyiptomi építészek

Az ókori egyiptomi építészek 3 cövek és 12 egyenlő közzel csomózott kötél segítségével szerkesztettek derékszöget. Szerkesszetek ti is egy ilyen derékszögű háromszöget. Indokoljátok meg a válaszotokat.

Megoldás:

Helyes rajz (5p)
Pitagorász fordított tételének alkalmazása (5p)

Pontozás: Minden feladat10 pontot ér.
Munkaidő: 90 perc