PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

# XXV. Bolyai János Emlékverseny

– 2017.11.25 –

## V. osztály

1. Több egymás utáni természetes szám közül a középső 300, a 261. szám pedig 400.
   a) Hányadik szám a középső?
   b) Hány számról van szó?
   c) Melyek ezek a számok?

2. Négy testvér életkorának összege 44 év. Éva kétszer annyi idős, mint Kati, Feri pedig annyival idősebb Katinál, mint amennyivel fiatalabb Évánál. Misi életkora az Éva és Feri életkorai különbségének a kétszerese. Hány évesek a testvérek?

3. Tekintsük azokat a háromjegyű természetes számokat, amelyeket 37-tel osztva, maradékul 4-et kapunk.
   a) Hány ilyen szám van?
   b) Számítsd ki a kapott hányadosok összegét!
   c) Számítsd ki a feltevésben megadott tulajdonsággal rendelkező háromjegyű természetes számok összegét!

4. Egy kannában 8 liter tej van. Hogyan oszthatjuk el a tejet két egyenlő részre, ha csak egy 5 literes és egy 3 literes edény áll rendelkezésünkre?

*Simon József*

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

# XXV. Bolyai János Emlékverseny

– 2017.11.25 –

## VI. osztály

1. Adottak az $AOB$ és $COD$ szögek, amelyekre $m(\widehat{AOB}) = 60°$, $m(\widehat{COD}) = 80°$ és $m(\widehat{BOC}) = 20°$.
   a) Számítsd ki az $AOD$ szög mértékét minden lehetséges esetben!
   b) Határozd meg az $AOB$ és $COD$ szögek szögfelezőinek szögét az előbbi esetekben!

   *Simon József*

2. Adottak az olyan $\overline{abcd}$ alakú természetes számok, amelyekre $\overline{cd} = 4 \cdot \overline{ab}$.
   a) Határozd meg a feltételt teljesítő összes $\overline{abcd}$ alakú természetes számokat!
   b) Sorold fel a feltételt teljesítő számok közül a 6-tal osztható számokat!
   c) Igazold, hogy a feltételt teljesítő $\overline{abcd}$ alakú természetes számok oszthatók 13-mal!

   *Simon József*

3. a) Határozd meg azokat a háromjegyű természetes számokat, amelyek 5-tel, 7-tel és 11-gyel oszthatók!
   b) Melyek azok a háromjegyű természetes számok, amelyeket 5-tel, 7-tel és 11-gyel osztva, a kapott maradékok összege 20?

   *Molnár Klára*

4. Adott az $AB = 100$ cm szakasz. Az ($AB$) szakaszon felvett $M_1, M_2, ... M_k$ pontok a szakaszt 4 cm hosszúságú szakaszokra osztják. Ugyanazon a szakaszon felvesszük az $N_1, N_2, ... N_l$ pontokat is, amelyek az ($AB$) szakaszt 5 cm hosszúságú szakaszokra osztják.
   a) Melyik két pont esik egybe először, és az $A$ ponttól számítva mekkora távolságra?
   b) Határozd meg a $k$ és $l$ értékeit!
   c) Hányszor esnek egybe a felsorolt pontok, és mekkora távolságra vannak az $A$ ponttól?
   d) Hány darab 1 cm hosszúságú szakasz keletkezik?

   *Molnár Klára*

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

# XXV. Bolyai János Emlékverseny

– 2017.11.25 –

## VII. osztály

1. Egy sportoló öt városban élte le az életét a következő sorrendben: Arad, Brassó, Csíkszereda, Kolozsvár és Nagyszeben. Életének $\frac{1}{4}$ részét Aradon, $\frac{1}{5}$ részét Brassóban töltötte, 9 évet pedig Csíkszeredában lakott. A hátralevő rész ötödét Kolozsváron töltötte. Végül Nagyszebenben 8 évvel kevesebbet lakott, mint Aradon és Brassóban együttvéve.
   a) Hány évet élt a sportoló?
   b) Hány évet lakott az egyes városokban?
   c) Melyik városban lakott az 50. születésnapján?

   *Molnár Klára*

2. Az *ABCD* téglalapban legyen *F* az *A* pontnak a *BD* átló szerinti szimmetrikusa. Igazold, hogy:
   a) $FB \perp FD$;
   b) *FCBD* egyenlő szárú trapéz.

   *Molnár Klára*

3. Az *ABCD* négyzet oldalaira megrajzoljuk az *ABE* és *CDF* egyenlő oldalú háromszögeket úgy, hogy az *E* pont a négyzet belsejében, az *F* pedig a négyzeten kívül legyen. Legyen $AB \cap DE = \{M\}$, $AF \cap BC = \{N\}$, $AF \cap DE = \{O\}$ és $DE \cap BC = \{P\}$. Igazold, hogy:
   a) $AF \perp DE$;
   b) $AO = \frac{DM}{4}$;
   c) $AP \perp MN$.

   *Simon József*

4. Az *a*, *b*, *c* és *d* olyan természetes számok, amelyekre $a+b+c+d=63$. Tudjuk, hogy az *a*, *b* és *c* számok egyenesen arányosak a 3, 4 és 6 számokkal, *b*, *c* és *d* pedig fordítottan arányosak a 6, 4 és 3 számokkal. Határozd meg az *a*, *b*, *c* és *d* számokat!

   *Simon József*

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

# XXV. Bolyai János Emlékverseny

– 2017.11.25 –

## VIII. osztály

1. a) Legyen $x, y, z \in \mathbb{R}^*$ úgy, hogy $x+y=\frac{z}{c}$, $y+z=\frac{x}{a}$ és $z+x=\frac{y}{b}$. Igazold, hogy $\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}+\frac{1}{1+c} \in \mathbb{N}$.

   b) Az $a$ és $b$ pozitív racionális számok esetén $\frac{1}{4} < a \cdot (1-b)$. Melyik szám nagyobb, $a$ vagy $b$?

2. Az $a$ és $b$ valós számokra $3a+4b=5$. Igazold, hogy $(5a-6)^2+(5b-8)^2 \geq 25$.

3. Az $ABCDA'B'C'D'$ téglatestben $AB=2\sqrt{3}$ cm, $BC=2\sqrt{6}$ cm és $AA'=3\sqrt{2}$ cm. Az $M$ és $N$ pontok a $B'C'$ és $A'D'$ élek felezőpontjai.
   a) Igazold, hogy $(AA'M) \parallel (CC'N)$;
   b) Határozd meg az $AM$ és $CN$ egyenesek által alkotott szög mértékét!

4. Az $ABCD$ tetraéderben $AB \perp AC$, $DB \perp AB$ és $DC \perp AC$. Legyenek $E$ és $F$ az $AD$ és $BC$ élek felezőpontjai. Igazold, hogy $EF \perp (ABC)$.

*Molnár Klára*