PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XXIV. Bolyai János Emlékverseny

– 2016.11.26 –

V. osztály

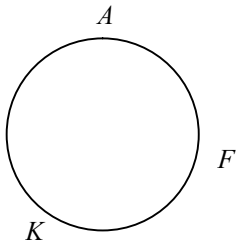
1. Hány olyan $\overline{abcd}$ alakú természetes szám van, amelyek esetén bármely két egymás melletti számjegy összege osztható 5-tel, és $a < b$? Melyek ezek a számok?

Simon József

2. Anna egy lapra leírt három különböző kétjegyű számot és az összegüket. Testvére a lapra írt négy számot összeadta, és eredményül 72-t kapott. Melyik négy számot írhatta Anna a lapra?

Molnár Klára

3. Egy iskola tanulói egy kört alkotnak. Sorban egymás után mindenki kap egy-egy számkártyát az 1, 2, 3, ... számokkal. Kati és Feri között 2-szer annyi gyerek van, mint Feri és András között. András és Kati között (Feri nincs köztük) 3-szor annyi gyerek van, mint András és Feri között. Feri a 16-os, Kati pedig a 47-es számkártyát kapta.
   a) Hány tanuló áll a körben?
   b) Hányas kártyát kapott András?



Molnár Klára

4. Okoska az 1, 2, 3, ..., 15 számokat két csoportra osztotta úgy, hogy az első csoportba öt olyan egymás utáni számot tett, amelyek összege harmadrésze a második csoportban levő számok összegének. Határozd meg az első csoportban levő számokat!

Simon József

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XXIV. Bolyai János Emlékverseny

– 2016.11.26 –

VI. osztály

1. Hány olyan hatjegyű természetes szám van, amelyeknek minden számjegye prímszám, és bármely két egymás melletti számjegyének összege is prímszám? Melyek ezek a számok?

Simon József

2. Tekintsük azokat a négyjegyű természetes számokat, amelyekben a számjegyek szorzata 2 016.
   a) Melyik közülük a legkisebb?
   b) Hány ilyen szám van?

Molnár Klára

3. Öt egymást követő természetes szám összege $\overline{1ab2c}$ alakú természetes szám.
   a) Hány ilyen ötjegyű természetes szám van?
   b) Írd fel a feltételt teljesítő legnagyobb számot öt egymás utáni természetes szám összegeként!

Simon József

4. Az AOB szögben az (OE félegyenes szögfelező és $m(\sphericalangle AOB) = 140°$. Tudjuk, hogy az ($OC$ félegyenes az OE egyenessel $40°$-os szöget alkot. Számítsd ki az $\sphericalangle AOC$ mértékét!

Molnár Klára

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XXIV. Bolyai János Emlékverseny

– 2016.11.26 –

VII. osztály

1. Határozd meg azokat az $\overline{abcd}$ természetes számokat, amelyekre $\overline{ab}+\overline{cd}=\overline{bc}$ és $b-c=d$.

2. A $3, -6, -2, \frac{1}{3}, \ldots$ racionális számokból álló sorozatban a harmadik tag a második és az első tag hányadosa, a negyedik tag a harmadik és a második tag hányadosa, és így tovább.
   a) Sorold fel a sorozat első 10 tagját!
   b) Határozd meg a sorozat 2 016. tagját!
   c) Számítsd ki az első 2 016 tag összegét és szorzatát!

3. Az $ABCD$ trapézban $AB \| CD$, $[AB]$ a nagyalap, $AC \cap BD = \{O\}$ és $m(\widehat{AOB}) = 60°$. Tudjuk, hogy $AC = AB + CD$. Igazold, hogy a trapéz egyenlő szárú!

4. Az ABC derékszögű háromszögben $m(\widehat{A}) = 90°$ és $[AD]$ magasság, ahol $D \in BC$. A DAC szög szögfelezője a BC oldalt az E pontban metszi. Legyen F az $[AE]$ felezőpontja. A BF egyenes az AD magasságot a Q pontban, az AC oldalt pedig az S pontban metszi. Igazold, hogy:
   a) az ABE háromszög egyenlő szárú;
   b) $AQES$ rombusz.

Molnár Klára

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XXIV. Bolyai János Emlékverseny

– 2016.11.26 –

VIII. osztály

1. Az x és y pozitív valós számokra $x+y=1$. Igazold, hogy:

   a) $x^2+y^2 \geq \frac{1}{2}$;

   b) $xy \leq \frac{1}{4}$;

   c) $x^4+y^4 \geq \frac{1}{8}$.

2. Az a és b természetes számok esetén tudjuk, hogy $(3a+4b) \vdots 11$. Igazold, hogy:

   a) $(9a^2-16b^2) \vdots 11$;

   b) $(4a^2-b^2) \vdots 11$.

3. Az ABC háromszög (AC) oldalának tetszőleges P pontjából meghúzzuk a $PE \parallel BC$ és $PF \parallel AB$ egyeneseket, ahol $E \in AB$ és $F \in BC$. Legyen T az $[AE]$, S pedig az $[FC]$ felezőpontja.

   a) Igazold, hogy $T_{EFSPT} = \frac{1}{2} \cdot T_{ABC}$.

   b) Határozd meg a P pont helyzetét úgy, hogy az AEP háromszög területe 9-szerese legyen a PFC háromszög területének!

4. Az $ABCDA'B'C'D'$ kockában az E, F, G, H, I és J az AB, BB', $B'C'$, $C'D'$, $D'D$ és DA élek felezőpontjai. Igazold, hogy:

   a) az E, F, G, H, I és J pontok egy síkba esnek;

   b) $A'C \perp (EFGHIJ)$;

   c) $EFGHIJ$ szabályos hatszög.

Simon József