PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XIX. Bolyai János Emlékverseny

– 2011.12.10 –

V. osztály

1. A táblára felírtuk a következő számsort: 10, 11, 13, 17, 25… Sorold fel a következő 5 tagot ebből a sorból! (2 megoldás)

2. Egy síző kiszámította, hogy 10 km / h sebességgel haladva 13 órakor ér célba, 15 km / h sebességgel haladva pedig 11 órakor ér célba. Mekkora sebességgel kell haladjon, ha pontosan 12-kor szeretne célba érni?

3. Melyek azok a 16-tal osztható természetes számok, amelyek számjegyeinek szorzata 6, a számjegyeinek összege pedig 7?

4. Két kerékpáros egyenként 10 km / h sebességgel halad egymással szembe. Amikor 80 km távolságara vannak egymástól, az egyik kerékpár kormányáról egy légy a másik kerékpár felé repül. Amikor odaér, megfordul és visszarepül az első kerékpárhoz, onnan ismét a másikhoz, és addig repül oda-vissza a két kerékpár közt, amíg a kerékpárosok találkoznak. Tudva, hogy a légy 25 km / h sebességgel röpköd oda-vissza, számítsd ki a légy által megtett út hosszát!

Szőcs Péter

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XIX. Bolyai János Emlékverseny

– 2011.12.10 –

VI. osztály

1. Határozd meg azt a legnagyobb $\overline{ab0aa}$ alakú természetes számot, amelynek 5-tel, 7-tel, 11-gyel és 13-mal való osztási maradéka mindegyik esetben 4.

2. Négy különböző prímszám összege 33.
   a) Igazold, hogy a számok szorzata páros szám!
   b) Keress 4 olyan számot, amelyeknek a szorzata osztható a 4 szám összegével!
   c) Mennyi lehet 4 ilyen szám szorzatának a legnagyobb értéke?

3. a) A 346-ot és az 547-et ugyanazzal a kétjegyű számmal osztva, mindegyik alkalommal ugyanazt a maradékot kapjuk. Határozd meg a kétjegyű számot és a maradékot!
   b) Adottak az A, M és B kollineáris pontok úgy, hogy M az A és B pontok között van. Legyen O az $[AM]$ felezőpontja. Igazold, hogy $2 \cdot OB = AB + MB$!

4. Adott az AOB hegyesszög. $[OC$ és $[OD$ olyan félegyenesek, amelyekre $[OC \perp [OA$ és $[OD \perp [OB$ úgy, hogy az AOC és BOD szögek belső tartományának nincs közös pontja.
   a) Igazold, hogy az $\widehat{AOB}$ és $\widehat{COD}$ kiegészítő szögek!
   b) Ha $[OM$ az $\widehat{AOB}$ szögfelezője, $[ON$ pedig a $\widehat{COD}$ szögfelezője, akkor az M, O és N kollineáris pontok!
   c) Legyen $[OP$ a $\widehat{BOC}$ szögfelezője. Igazold, hogy az $\widehat{NOP}$ mértéke állandó, függetlenül az $\widehat{AOB}$ mértékétől!

Molnár Klára

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XIX. Bolyai János Emlékverseny

– 2011.12.10 –

VII. osztály

1. Hány 9-cel osztható, de 9-nek más többszörösével nem osztható természetes szám képezhető az $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ … $\boxed{9}$ számkártyákból? (összesen 9 darab számkártya van, nem kötelező minden számkártyát felhasználni) Sorold fel a kapott számokat!

2. Oldd meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet:

$$\frac{x-1}{1}+\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}+\frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}+\ldots+\frac{x-\frac{1}{100}}{\frac{1}{100}}=10\,000.$$

3. Az $ABCD$ trapézban $DC \parallel AB$, $AB=12$ cm, $AD=4$ cm, $m(\widehat{DAB})=60°$ és $m(\widehat{ABC})=30°$.
   a) Számítsd ki a $[DC]$ kisalap hosszát!
   b) Igazold, hogy $T_{ABC}=3\cdot T_{ACD}$!

4. Az $ABCD$ négyzetben E az AB, F a BC, G a CD és H a DA oldal felezőpontja. Legyen $BH \cap CE=\{M\}$, $DF \cap CE=\{N\}$, $AG \cap DF=\{P\}$ és $AG \cap BH=\{Q\}$. Bizonyítsd be, hogy
   a) az $MNPQ$ négyszög négyzet;
   b) $T_{ABCD}=5\cdot T_{MNPQ}$;
   c) $T_{MNPQ}=T_{BME}+T_{CNF}+T_{DPG}+T_{AQH}$!

Simon József

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XIX. Bolyai János Emlékverseny

– 2011.12.10 –

VIII. osztály

1. Adottak az $a = 1+\sqrt{2}+\sqrt{2^2}+\sqrt{2^3}+\ldots+\sqrt{2^{2011}}$ és
$b = -1+\sqrt{2}-\sqrt{2^2}+\sqrt{2^3}-\sqrt{2^4}+\ldots+\sqrt{2^{2011}}$ számok.
Igazold, hogy $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \in \mathbb{N}$!

2. a) Számítsd ki a következő szorzat értékét:
$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2\,011^2}\right).$$
b) Határozd meg azt a négyjegyű négyzetszámot, amelynek minden számjegyét 1-gyel növelve, ugyancsak négyzetszámot kapsz!

3. Az $ABCDA'B'C'D'$ kockában M, N és P a $[BD]$, $[B'C]$ és $[A'C']$ felezőpontjai. Bizonyítsd be, hogy
a) $MN \parallel (ABB')$;
b) $(MNP) \parallel (DCC')$;
c) $MN \perp NP$!

4. Az $ABCD$ egyenlő szárú trapézban $AB \parallel CD$, $AD = DC = BC$ és $m(\widehat{A}) = 60°$. A trapéz A csúcsában emelj merőlegest a trapéz síkjára, ezen vedd fel az S pontot! Legyenek G_1 és G_2 az SAB és ADB háromszögek súlypontjai.
Bizonyítsd be, hogy:
a) $G_1G_2 \parallel (SAD)$;
b) $BD \perp G_1G_2$!

Molnár Klára