PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XVI. Bolyai János Emlékverseny

– 2008.12.06 –

V. osztály

1. Adottak az :

   $a=\left(25^n:5^n+3^4-4^3-17-5^n\right)\cdot\left[\left(2^5-5^2-7\right):2008\right]+2008$,

   $b=10^3+9\cdot10^2+9\cdot10+18$ és

   $c=2^8\cdot3^8-6^8+3^2\cdot223$ számok.

   Számítsd ki a $\left(2a-b-c\right)^{2008}$ kifejezés értékét!

2. Kati két csoportba akarja osztani az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 és 12 számokat úgy, hogy az egyik csoportban 4 egymást követő szám legyen és ezek összege feleannyi legyen, mint a másik csoportban levő számok összege. Melyik négy egymást követő szám kerül az egyik csoportba?

3. Adottak a következő halmazok:

   $A=\left\{x\middle|x=3^n,n\in\{0,1,2\}\right\}$,

   $B=\left\{y\middle|y\text{ a }3^{2008},5^{2008}\text{, valamint }6^{2008}\text{ utolsó számjegye}\right\}$ és

   $C=\left\{z\middle|z=x+y\text{, ahol }x\in A\text{ és }y\in B\right\}$.

   Határozd meg az A, B, C, $A\cap B$, $A\cup B$, $A\setminus B$ és $A\setminus C$ halmazokat!

4. Adottak az $A=\overline{abc}+5\cdot\overline{bca}$ és $B=\overline{cab}+11\cdot\overline{bac}$ számok. Igazold, hogy az A és B számok 3-mal való osztásakor ugyanazt a maradékot kapjuk!

Molnár Klára

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XVI. Bolyai János Emlékverseny

– 2008.12.06 –

VI. osztály

1. Számítsd ki:
   a) $1+2-3+4+5-6+7+8-9+\ldots+2005+2006-2007+2008$;
   b) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2\,007\cdot 2\,008}$.

2. Adottak a következő számok:
   $a=\left[\left(2^{50}\right)^2:\left(2^2\right)^{49}-3^{100}:\left(3^{25}\right)^4\right]^{2\,008}$, $b=\frac{11^{2\,009}+7^{2\,010}}{49\cdot 14^{2\,008}+22^{2\,008}\cdot 11}$ és $c=2^{2\,010}-2^{2\,009}-2^{2\,008}$.
   a) Hozd egyszerűbb alakra az adott számokat!
   b) Milyen tizedes tört az $\frac{1}{a\cdot b\cdot c}$?

3. Három szám összege 2 007. Ha az első számot elosztjuk a másik két szám összegével, akkor a hányados 20 és a maradék 12. Tudjuk, hogy az utolsó két szám legnagyobb közös osztója 19. Melyek ezek a számok?

4. Adottak az $\widehat{AOA_1}$, $\widehat{A_1OA_2}$, $\widehat{A_2OA_3}$, …, $\widehat{A_nOA}$ egy pont körüli szögek. Tudjuk, hogy $m\left(\widehat{AOA_1}\right)=10°$, $m\left(\widehat{A_1OA_2}\right)=12°$, $m\left(\widehat{A_2OA_3}\right)=14°$ …
   a) Hány szög keletkezett?
   b) Mekkora a legnagyobb szög?
   c) Keress két olyan félegyenest, amelyek derékszöget alkotnak!

Szőcs Péter

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XVI. Bolyai János Emlékverseny

– 2008.12.06 –

VII. osztály

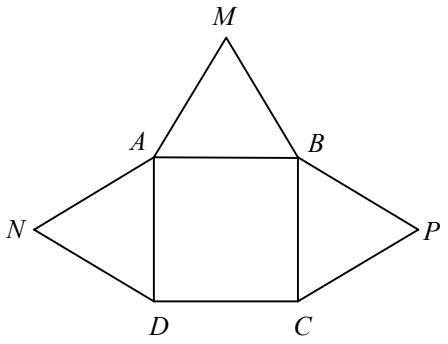
1. Egy osztályban két csoportban tanulják az angol nyelvet. Az egyik csoportban 14 tanuló van, felmérő-eredményük átlaga 7,2, a másik csoport 16 tanulójának felmérő-átlaga 7,5. Mennyi az osztály angolfelmérőjének átlaga?

2. Egy kerékpáros két város közötti távolságot 3 nap alatt tett meg. Az első napon megtette az út $\frac{2}{5}$-ét, a második napon a megmaradt út $\frac{1}{3}$-át, a harmadik napon pedig 40 km-t.
   a) Mekkora a két város közötti távolság?
   b) Mekkora utat tett meg az egyes napokon külön-külön?

3. Oldd meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!
$$\frac{1}{6}\cdot(x-3)+\frac{1}{4}\cdot(x-2)=4\,.$$

4. Az $ABCD$ trapézban $AB \| CD$, E az AB, F pedig a CD oldalak felezőpontjai. Tudjuk, hogy $AF \cap DE = \{M\}$ és $BF \cap CE = \{N\}$.
   Igazold, hogy:
   a) $T_{ADM} = T_{EFM}$;
   b) $T_{MENF} = T_{AMD} + T_{BNC}$!

5. Az ábrán $ABCD$ négyzet, MAB, PBC és NAD pedig egyenlő oldalú három-szögek. Igazold, hogy:
   a) az MNP háromszög egyenlő szárú és derékszögű;
   b) az MDP háromszög egyenlő oldalú!



Simon József

PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XVI. Bolyai János Emlékverseny

– 2008.12.06 –

VIII. osztály

1. Igazold, hogy:
$$\sqrt{14+\sqrt{5}} \in (4;+\infty)!$$

2. Számítsd ki a $9x^2-12x+7$ kifejezés minimumát, ha $x \in \mathbb{R}$!

3. Adottak az $a=\sqrt{6+\sqrt{11}}-\sqrt{6-\sqrt{11}}$ és
$b=\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{4+\sqrt{7}}$ valós számok.
   a) Igazold, hogy $a^2=b^2$!
   b) Számítsd ki az $(a+b)^{2008}$ kifejezés értékét!

4. Az *ABCD* szabályos tetraéderben $AB=10$ cm, *E* és *F* az *AC* és *BD* élek felezőpontjai.
   a) Igazold, hogy $EF \perp AC$ és $EF \perp BD$!
   b) Számítsd ki az *EF* szakasz hosszát!

5. Az *ABCDA'B'C'D'* téglatestben *M* és *P* az *AB*, illetve *DD'* élek felezőpontjai. Igazold, hogy:
   a) $BD' \| (APC)$;
   b) $BD' \| (A'MD)$!

Simon József