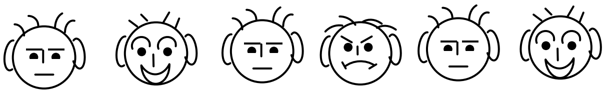
I. Matematikai tehetségnap

2010. október 9.

IV. osztály

1. Az ábrán Dugó Dani három arckifejezését láthatod: komoly, vidám és haragos. Valamilyen szabály szerint követik egymást.

Jól vizsgáld meg a képsort, folytasd az általad észlelt szabály szerint az arckifejezéseket!



1. 2. 3. 4. 5. 6.

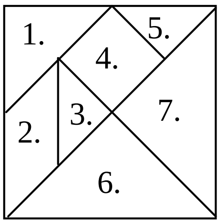
a) Milyen arckifejezése van a 15. sorszámúnak?
b) Milyen arckifejezése van a 10. sorszámúnak?
c) Milyen arckifejezése van a 16. sorszámúnak?
d) Milyen szabályosságot figyeltél meg ennél a képsornál?

2. Keress szabályt a számsorozatokban és folytasd mindenik sorozatot két-két számmal! Minden esetben írd le a szabályt is!

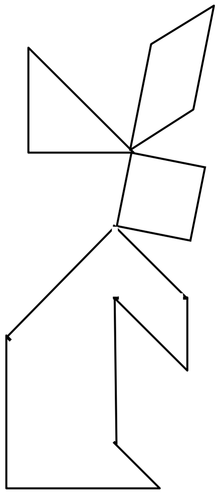
a) 12 → 23 → 34 → 45 → …. → ….

b) 2 → 5 → 11 → 23 → …. → ….

c) 1 → 1 → 2 → 3 → 5 → …. → ….

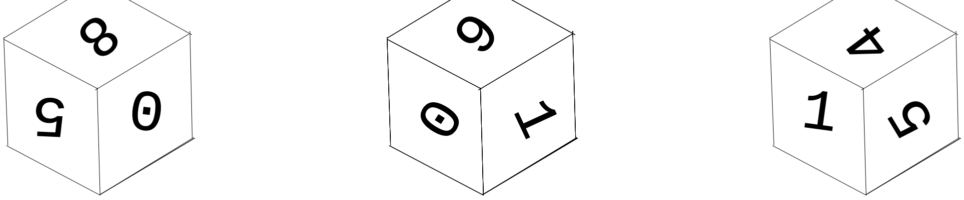
3. Ezekből a darabokból 

kirakható ez a nyuszi.



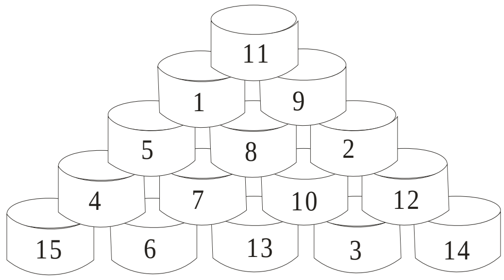
Rajzold át a nyuszit a lapodra és a megfelelő darabokat jelöld be!

4. Egy kocka lapjait a 0, 1, 4, 5, 6, és 8 számokkal jelöltük meg. A rajzon a kockát három különböző helyzetben látod.



Minden helyzet esetén határozd meg, hogy milyen szám áll a nem látható lapokon külön-külön!

5. A vidámparkban Pistiék teniszlabdával dobozokra dobnak célba. Egy doboz akkor esik le, ha eltalálják, vagy ha valamelyik alatta jobbra vagy balra levő doboz leesik. Legkevesebb hányat kell dobni és melyik dobozra, hogy a leesett dobozokon lévő számok összege 50 legyen?



V. OSZTÁLY

1. Zsuzsi mamát a nyári szünetben meglátogatták az unokái, akiket megkínált gyümölccsel. Egy kosárban négyféle gyümölcs volt – alma, körte, szilva és barack –, mindegyikből három darab. A gyerekek két darab egymástól különböző fajta gyümölcsöt választottak, és minden gyerek különböző párosításban választotta a két gyümölcsöt.

a) Az első gyerek hányféleképpen választhat gyümölcspárt?
b) Hány unokája van Zsuzsi mamának, ha a kosárban nem maradt gyümölcs?

2. Mariska néni négy kosárban összesen 358 tojást vitt a piacra. Az első kosárból eladott 47 tojást, a másodikból 35-öt, a harmadikból 17-et. Az egyik vevő visszahozott egy tojást, amit Mariska néni a negyedik kosárba tett. Ekkor a négy kosár mindegyikében ugyanannyi tojás lett.

a) Hány tojás volt eredetileg az egyes kosarakban?
b) Hány lej volt ezen a napon Mariska néni bevétele a tojások eladásából, ha ezután eladta az első kosárban megmaradt tojásokat és a második kosárban maradt tojások ötödrészét? Egy tojás 50 baniba kerül és tudjuk, hogy 1 lej pontosan 100 banit ér.

3. Állítsd elő a természetes számokat 1-től 10-ig, kivéve a 3-at a

$\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$

számkártyák és közéjük tett műveleti jelek segítségével! Egy előállításban minden számkártyát pontosan egyszer kell használni, zárójelet nem használhatsz! Egy-egy szám előállítására próbálj több megoldást keresni!

4. A 2010 egy olyan négyjegyű szám, melyet a 0, 1, 2 egymás utáni számjegyekből tudunk előállítani, úgy, hogy az egyik számjegyet pontosan kétszer írtuk le. Tekintsük azokat a négyjegyű természetes számokat, melyek számjegyei ugyanolyan tulajdonságúak, mint a 2010 számjegyei, és számjegyeinek szorzata 180.

a) Határozd meg a fenti tulajdonságokkal rendelkező négyjegyű szám számjegyeit!
b) Hány négyjegyű szám képezhető, ezekből a számjegyekből?

5. Egy futóverseny döntőjében 6 versenyző vett részt. Azt tudjuk, hogy Péter a második helyen ért célba. András és Balázs nem állhatott dobogóra. Csaba és Dénes jobb helyezést ért el, mint az ötödik és egyikük dobogós lett. Laci volt a hatodik induló. A versenyen nem volt holtverseny. Írd le az összes lehetséges célba érési sorrendet!

VI. OSZTÁLY

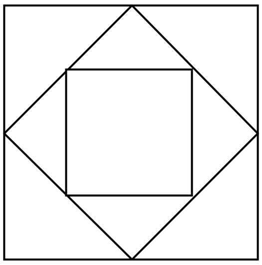
1. Határozd meg az $1999\cdot\underbrace{99.....9}_{1999\text{ db }9-\text{es}}$ szorzás eredményében a számjegyek összegét!

2. Az A, B és C halmazokra teljesülnek a következő egyenlőségek:

a. $A\cap B=\{1,2,3,4\}$; **b.** $A\cap C=\{1,2,5\}$;
c. $(A\setminus B)\cup(B\setminus A)=\{5,6,7,8,9,10,11,12\}$;
d. $(B\setminus C)\cup(C\setminus B)=\{3,4,5,6,7,8,13,14,15\}$.

Hány eleme lehet A-nak?

3. Induljunk ki egy $100\,\mathrm{cm}^2$ területű négyzetből. Kössük össze az oldalfelező pontjait. Így egy újabb négyzetet kapunk. Ismételjük meg az eljárást erre az új négyzetre. (Lásd az ábrát!) Mennyi ezen harmadik (legbelső) négyszög területe?



4. Egy folyó partján az éjszakai sötétben áll négy gyerek. Át szeretnének menni a pallón, amelyen egyszerre legtöbb két gyerek tud áthaladni. A gyerekek 1, 2, 5 illetve 10 perc alatt képesek átmenni a pallón és egyetlen elemlámpa áll rendelkezésükre, amely mindössze 17 percig ég. Átjuthat-e mindenik gyerek a pallón? Hogyan?

5. Egy iskolai kiránduláson megkérdezték a gyerekeket, hogy hány osztálytársuk van ott. A megkérdezettek mind válaszoltak. Öten mondták azt, hogy négy osztálytársuk van ott; nyolcan, hogy három; hárman, hogy kettő; négyen, hogy egy. Minden gyereknek ott volt az osztályfőnöke, de más tanár nem volt jelen.
Hány osztályból, hány tanár és hány diák vett részt ezen a kiránduláson?

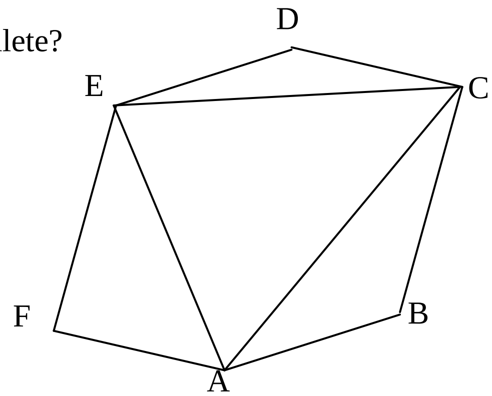
VII. OSZTÁLY

1. Leírtuk egymás mellé 1-től kezdve 9999-ig nagyság szerint növekvő sorrendben a pozitív páratlan számokat: $13579111315...99979999$. Melyik számjegy áll a 2010. helyen?

2. Egy szabályos dobókockával háromszor dobunk egymás után, majd a pontoknak megfelelő számjegyeket egymás mellé írjuk.
Hányféle háromjegyű számot kaphatunk így? Ezek közül hány osztható 9-cel?

3. Egy $ABCDEF$ konvex hatszög szemközti oldalai párhuzamosak és egyenlők. Az ACE háromszög területe $34\,\mathrm{cm}^2$.

a) Mekkora a BDF háromszög területe?
b) Mekkora a hatszög területe?



4. Az ABC egyenlőszárú háromszögben $m\left(\widehat{B}\right) = m\left(\widehat{C}\right) = 70^\circ$. A háromszög $[AB]$ és $[AC]$ oldalain felvesszük az F, illetve E pontokat úgy, hogy $m\left(\widehat{ABE}\right) = 15^\circ$ és $m\left(\widehat{ACF}\right) = 30^\circ$. Számítsd ki az $\widehat{AEF}$ szög mértékét!

5. Egy urnában azonos méretű golyók vannak, mindegyikre egy-egy számot írtak: 10 golyón szerepel a tízes szám, kilenc golyón a kilences szám, stb. végül egy golyón szerepel az egyes szám. Bekötött szemmel, egyesével golyókat húzunk ki az urnából.

Legalább hány golyót kell kihúznunk ahhoz, hogy biztosak legyünk abban, hogy a kihúzottak között van öt olyan, amelyiken ugyanaz a szám szerepel?

VIII. OSZTÁLY

1. Egy sakkversenyen öt sakkozó vett részt, mindenki mindenkivel egy játszmát játszott. (A győztes 1, a vesztes 0 pontot kap, döntetlen esetén fél-fél pontot kapnak egy-egy mérkőzésen a játékosok.) A versenyt András nyerte, második Béla, harmadik Csongor, negyedik Dániel, ötödik Endre. Az eredményhirdetéskor kiderült, hogy mindenki más-más pontszámot ért el, és meglepő volt, hogy András kivételével mindenki megverte a közvetlenül előtte végzett versenyzőt.

Mi lehetett az egyes játszmák eredménye?

2. Van 2010 olyan kártyánk, amelyek egyik oldala fehér, a másik fekete. A kártyákat fekete felükkel felfele sorba tesszük. Első lépésben minden kártyát felfordítunk. Második lépésben minden második kártyát fordítjuk fel, harmadik lépésben minden harmadik kártyát fordítjuk fel, és így tovább a 2010-ik lépésben az utolsó kártyát fordítjuk fel. Hány kártya van a fehér felével felfele az utolsó lépés után?

3. Az ABC háromszögben $m\left(\widehat{BAC}\right)=70^\circ$. A beírható körének középpontját *I*-vel jelöljük. Ha $AC+AI=BC$, akkor mekkora az ABC szög mértéke?

4. Egy négyzet alapú téglatest alakú tömör fadarab minden lapját befestjük pirosra, ezután feldaraboljuk egyforma (egybevágó) kis kockákra. Így 28 darab olyan kis kockát kapunk, amelynek pontosan 2 szomszédos oldallapja festett. Összesen hány kis kockára daraboltuk fel a fadarabot? Adj meg minden lehetséges megoldást!

5. Az ábrán öt egybevágó, egységoldalú négyzetből álló hálózatot láttok. Két vágással kell három részre vágni úgy, hogy a kapott részekből négyzetet lehessen összeállítani.

Vágd el a hálózatot és rakd össze a négyzetet!