V. osztály

1. Adottak a következő számok:
$a = 183 - (172 + 160) : 4 + 25 \cdot (5 \cdot 3 - 15)$
$b = 625 : 25 + 10 \cdot [\, 84 : 6 + 225 : 15 \cdot (5 \cdot 6 - 7 \cdot 4)]$
$c = 1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 98\,abc$

a) Határozzuk meg az a és b számok értékét.
b) Számítsuk ki $a:4+b\cdot 2+c$ értékét.

2. Jancsinak és Pistinek összesen van 183 leje, Pistinek és Karinak pedig 138 leje, míg Jancsinak és Karinak 159 leje. Hány leje van Jancsinak, Pistinek és Karinak külön-külön?

3. A 63-at elosztva egy számmal a maradék 3. Mennyi lehet az osztó és a hányados? Hány megoldása van a feladatnak?

4. Adott a következő 4, 11, 18, …, 81 számsorozat.

a) Hány tagja van a sorozatnak?
b) Mennyi a sorozat 10-ik tagja?

1. Manó-országban minden összeadáskor az eredményt úgy kapják meg, hogy az összeget megnövelik éppen annyival ahány éve Vályi Gyula meghalt.

a) Találnak-e az idén (2013-ban, halálának 100. évfordulóján) három egymás utáni természetes számot, melyek összege éppen 2013?

b) Eddig hány évben (halálának évfordulóján) találtak három egymás utáni számot, melyek összege 2013?

2. Egy biciklis három nap alatt egy bizonyos távolságot tesz meg. Első nap megteszi a távolság negyedét, második nap annak 0,4-szeresével nagyobb utat, a harmadik nap pedig 52 km-t. Számítsuk ki, hány km-t tett meg naponta?

3. Keressük meg az $\overline{xyxyxz}$ alakú 2-vel osztható teljes négyzetszámot, ahol *x, y, z* egymás utáni számok, valamint $x < y < z$.

4. Határozzátok meg azt az *a, b, c* törzsszámokat (prímszámokat) amelyre

$$4a+5b+6c=64.$$

1. Határozzuk meg azt a legkisebb n természetes számot, melyre $\frac{n}{2}$ egy teljes négyzet és $\frac{n}{3}$ egy teljes köb.

2. a) Számítsuk ki a $(|2^{30} \cdot 8 - 3^{24} : 9| + |9^{11} - 81^{6}|) : (27^{8} - 8^{11})$
b) Ha $\frac{a}{6}$ és b egész számok igazoljuk, hogy a $\frac{a+b+b^2}{2}$ egész szám.

3. Legyen $COD\sphericalangle$ szög az $AOB\sphericalangle$ szög belső tartományában. Ha a $COD\sphericalangle$ szög és a $AOB\sphericalangle$ szög kiegészítő szögek és m($AOB\sphericalangle$)=2m($COD\sphericalangle$). Határozzátok meg az $AOC\sphericalangle$ szög és $BOD\sphericalangle$ szög szögfelezői által bezárt szög mértékét.

4. Egy ABC háromszögben a CH magasság és a BM szögfelező 70^0-os szöget zár közre.
A B szög szögfelezője a szemben fekvő oldallal 130^0-os szöget zár közre. Számítsuk ki az ABC háromszög szögeinek mértékét és igazoljuk, hogy $AC = 2 \cdot CH$.

1. Adottak a következő számok:

$$a = \frac{1}{10\cdot 11} + \frac{1}{11\cdot 12} + \frac{1}{12\cdot 13} + \ \dots + \frac{1}{36\cdot 37}$$

$$b = \sqrt{\frac{1+2+\cdots+2738}{2739}}$$

$$c = \left(20-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(20-\frac{2}{2}\right)\cdot\left(20-\frac{3}{2}\right)\cdot\ \cdots\cdot\left(20-\frac{100}{2}\right)$$

a)Határozzuk meg az *a, b, c* számok értékét.

b) Számítsuk ki: $(a\cdot b)^{c+1}$

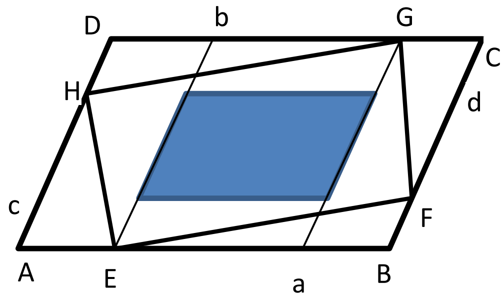
2. Igazoljuk, hogy ha

$a = \sqrt{3-\sqrt{5}+\sqrt{9-\sqrt{4\sqrt{5}}}}$ és

$b = \sqrt{\sqrt{7}-1-\sqrt{11-4\sqrt{7}}}$

Akkor, az E = $\frac{2a-b}{a+2b}$ kifejezés racionális.

3. Az *ABCD* paralelogrammát, előbb az *AB,* majd a *BC* oldalával párhuzamos két-két egyenessel tetszés szerinti helyen elmetszük. Az eredetileg *100* egység területű paralelogrammát *9* darab (nem feltétlenül egybevágó) paralelogrammává vágtuk szét. A ”középső” kis paralelogramma területe 20 egység. Határozd meg az ábrán látható *EFGH* négyszög területét.



4. Legyen egy *ABC* egyenlő szárú háromszög *AB=AC,* ahol *MD* az AB oldal felezőmerőlegese, $M\in AB$, $D\in BC$. ABE az ABD szög szögfelezője, $E\in AD$ és AF a CAD szög szögfelezője, $F\in BD$. Mutassuk ki, hogy $EF\parallel AC$.