

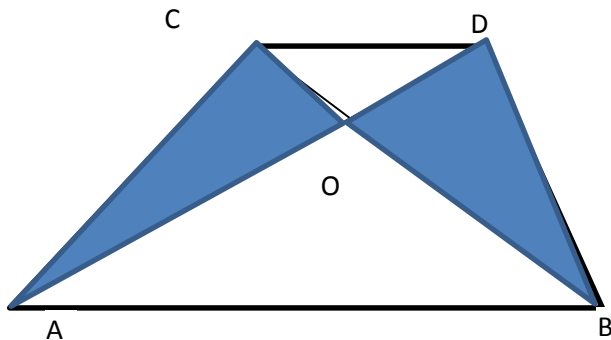
V. osztály

1. Legyen x és y két egymásutáni, 2-től különböző törzsszám (prímszám). Ha $x+y = 2\alpha$, igazoljátok, hogy az α összetett szám.

2. Adottak az $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{16}{x} \text{ és } \frac{20}{x+1} \text{ természetes számok} \right\}$ és $B = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{12}{2x-1} \text{ vagy } \frac{15}{x+3} \text{ természetes számok} \right\}$ halmazok.

Határozzátok meg az A , a B és a $B - A$ halmazok elemeit.

3. Egy tetszőleges trapéz átlói, a ferde oldalakkal két háromszöget alkotnak. Melyik háromszögnek nagyobb a területe? Miért? Indokoljátok meg a választ!



4. Egy apuka ma tölti a 35. életévét. Öt hónap múlva ötször annyi idős lesz mint a fia és hat hónap múlva hatszor annyi idős lesz mint a lánya. Mennyi idősek most a gyerekek?

1. Egy kétjegyű természetes szám számjegyeinek összege 12. Ha a számjegyeket felcseréljük, akkor a szám értéke 75% - al növekszik. Melyik ez a szám?

2.

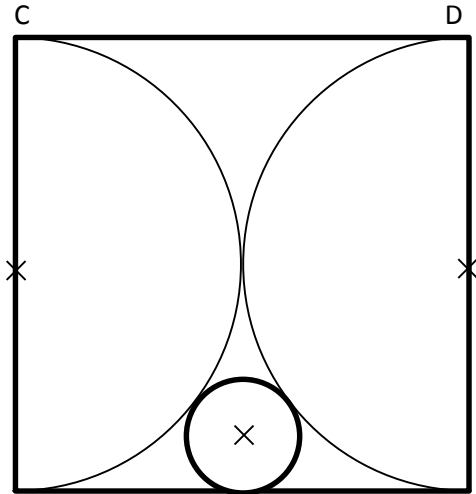
Ha $A(n) = 1 - (-1)^{n+1}$ akkor mennyi az értéke az $A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(2011)$ összegnek?

3. Bizonyítsuk be, hogy egy tetszőleges háromszög két oldalához tartozó magasságvonalainak talppontjai egyenlő távolságra vannak a harmadik oldal felezőpontjától!

4 Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszög oldalhosszúságai a, b, c és $a = 1, b, c \in \mathbb{N}^*$, akkor a háromszög egyenlőszárú.

VII. osztály

1. Egy tört számlálója 5 - tel kisebb mint a nevezője. Ha a számlálót 17-el, a nevezőt 2 - vel növeljük akkor a tört fordítottját kapjuk. Melyik ez a tört?
2. Igazoljátok, hogy $n^4 + 3n^3 - n^2 - 3n$ osztható 6- tal bármely $n \in \mathbb{Z}$ esetén!
3. Az $ABCD$ négyzetbe beírjuk az AD és BC átmérőjű félköröket és egy olyan kis kört, mely érinti a két félkört és az AB oldalt. Határozzátok meg a kicsi kör sugarának hosszát a négyzet oldala függvényében.



4. Az ABC , A -ban derékszögű háromszögben $AD \perp BC$. Legyen M és N az AD és DC szakaszok egy-egy pontja. Bizonyítsuk be, hogy $BM \perp AN$ akkor és csakis akkor, ha $\frac{AM}{AD} = \frac{NC}{DC}$

1. Adottak az $f = 2x^3 - ax^2 + bx + 3$ és $g = x^3 - 3x^2 - x + 3$ polinomok. Határozzuk meg az a és b értékeit úgy, hogy a két kifejezés legnagyobb közös osztója másodfokú polinom legyen! Tárgyaljunk minden lehetséges esetet!

2. Adott a $2f(x) + 3f(1-x) = 4x - 1$ összefüggés. Határozzuk meg $f(x)$ -et. Mely x értékre lesz $f(x-3) \leq -2$

3. Az α és β félsíkok 60° - os lapszöget képeznek, melynek éle a d egyenes. Az α síkban felvesszünk egy 4 cm sugarú kört, melynek O középpontja $OA = 8$ cm az O távolsága a d éltől. Az O pontban az α síkra emelt merőleges a β síkot B pontban metszi. Az AO meghosszabbításán, mely a kört másodszor a C pontban metszi, felvesszük az $OM = 8$ cm szakaszt ($C \in OM$). Az M pontból, MD érintőt húzzuk a körhöz, mely az AT érintőt F - ben metszi. Számítsuk ki:

- FD és TD szakaszok hosszát,
- a BTM háromszög területét,
- a $BATDM$ gúla térfogatát.

4. Az $ABCDEFGH$ téglatest alapéleinek hossza 20 cm és 10 cm. A téglatestnek „levágjuk” az $ABCF$, $ACDH$, $CGHF$ és $AFHE$ sarkait. A megmaradt $ACFH$ test térfogata 2000 cm^3 . Számítsuk ki:

- a téglatest magasságát
- a H pont távolságát az ACF síktól.