

V. osztály

1. Egy osztályban 25 tanuló van. Igazoljátok, hogy közülük legalább 3 tanulóknak ugyanabban a hónapban van a születésnapja.
2. Számítsuk ki az $5a+8b+3c$ összeget, ha $a+b=7$ és $b+c=21$ és a „ c ” szám értékét, ha $ac-bc=140$ és $a-b=20$
3. Két szám különbsége 2. A nagyobbik szám ötszörösének és a kisebbik szám háromszorosának összege 114. Melyek ezek a számok?
4. 4 kg alma és 3 kg körte összesen 135000 lej. 3 kg almáért és 6 kg körtéért pedig 180000 lejt kell fizetni. Mennyibe kerül 2 kg alma és 7 kg körte?

VI. osztály

1. Adottak a következő halmazok:

$$A = \left\{ x \in N \mid \frac{15}{2x+3} \in N \right\} \quad B = \{ x \in N \mid x|12 \text{ és } 2x+1 \leq 15 \}$$

$$C = \{ x \in N \mid 3^x + 3^{x+1} \text{ négyzetszám} \}$$

Igazoljuk, hogy $[(A \cup B) \cap C] - A = (B \cap C) - A$

2. Egy kosárban 100-nál több, de 400-nál kevesebb alma van. Ha a kosárból kettésével, hármásával, négyesével illetve ötösével vesszük ki az almákat, akkor mindig marad egy alma a kosárban. Ha hetesével vesszük ki, akkor nem marad egy alma sem. Hány alma van a kosárban?

3. Számítsuk ki: $\frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{108} + \dots + \frac{1}{1188} =$

4. Igazoljuk, hogy:

- a) $a = 20^{n+2} + 2^{2n+1} \cdot 5^{n+4} - 2^n \cdot 10^{n+3}$ szám osztható 325-tel ($n \in N$).

- b) n -nek mely értékére osztható az a szám 625 - tel?

1. Határozzuk meg a 2, 5, 8, 11, ... számsorozat első 2004 tagja négyzetei összegének utolsó számjegyét !
2. Az ABC háromszögben az AM oldalfelező merőleges a BD szögfelezőre ($M \in (BC)$, $D \in (AC)$). Ha $(BD) \equiv (DC)$, határozzuk meg az ABC háromszög szögeinek mértékeit!
3. Az ABC háromszögben M és N pontok az AB , illetve AC oldalak felezőpontjai, D pedig a BAC szög szögfelezőjének talppontja. Igazoljátok, hogy (DA) akkor és csak akkor szögfelezője az MDN szögnek, ha $(AB) = (AC)$
4. Pál, Kata és Péter két matematika versenyen vettek részt, és jutalomként mindkét alkalommal ugyanakkora pénzösszeget osztottak szét közöttük, először egyenesen arányosan a 6, 3, 4 számokkal, majd fordítottan arányosan a 6, 3, 4 számokkal. Péter így 20 euróval kevesebbet kapott, mint Pál. Hány eurót kaptak a versenyzők versenyenként külön-külön?

1. Számítsuk ki az $x = \sqrt{\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5} + 3}$ és

$$y = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{34} - \sqrt{2}}{2} - \sqrt{9 - \sqrt{17}}\right) \cdot (\sqrt{34} + \sqrt{2})}$$
 számok harmonikus

középarányosának $3\frac{7}{8}$ -át.

2. Egy háromjegyű szám számjegyei közé valahová beírunk egy 0-t. Az így kapott négyjegyű szám és az eredeti háromjegyű szám számtani közepe az eredeti szám fordítottja. Mi lehet az eredeti szám?

3. Az ABC háromszögben AM oldalfelező, BD pedig magasság. Ha $BD = 2 \cdot AM$ akkor $\sin(\angle BAM) = \frac{AC}{AB}$.

4. a) Adott egy körbeírt $ABCD$ téglalap. Tekintsünk egy M pontot a CD köríven, s ennek vetületei az AB , BC , CD , DA oldalakra az E , F , H , G pontok. Igazoljátok, hogy H az EFG háromszög magasságpontja.

b) Ha $FH \cap EG = \{P\}$, $GH \cap EF = \{Q\}$, akkor $(MH \text{ a } PMQ \text{ szögfelezője})$.