

II. Vályi Gyula Emlékverseny
1995. március 13.

VI. osztály

1. Határozzuk meg az összes \overline{xy} alakú természetes számot, ha számjegyeik egyidőben teljesítik az alábbi feltételeket:

- a. $50 < \overline{xy} < 100$
- b. $x = y + 1$
- c. $y = 2p$, ahol $p \in \{1, 2, 3, 4\}$

2. Az x, y, z természetes számok számtani középarányosa 312 és egyenesen arányosak az a, b , és c számokkal ahol

$$a = \sqrt{101124} - (31 : 0,1 + 1995^0 + 1^4)$$

$$b = 30,7 : 1,535 + 6 \cdot 8 + 107 : 10,7$$

$$c = 150^2 + 150 \cdot 22 - 150 \cdot 171$$

Határozzuk meg az x, y, z értékét!

3. Az ABC háromszögben $m(\sphericalangle A) = 80^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 70^\circ$, $AD \perp BC$ és $[AE]$ az $\sphericalangle A$ szögfelezője ($E \in BC$). Igazoljuk, hogy:

a). $[AE] = [AB]$

b). $AD = \frac{1}{2} AC$

4. Egy ABC háromszögben $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $m(\sphericalangle C) = 60^\circ$. Legyen $E \in (BC)$ úgy, hogy $m(\sphericalangle EAC) = 60^\circ$.

a) Milyen háromszög az EAC háromszög?

b) Legyen B -nek az AE -re vonatkozó szimmetrikusa D és $BD \cap AE = \{F\}$. Igazoljuk, hogy $AC = 2 \cdot EF$

c) Mutassuk ki, hogy $CD \parallel AE$

d) Legyen M a B pontnak az A pontra vonatkozó szimmetrikusa. Igazoljuk, hogy M, C, D pontok kollineárisak.

VII. osztály

1. Az x mely értékeire igaz a következő egyenlőség?

$$(-1)^{n+1} \cdot \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} \cdot x + (-1)^n \cdot \sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} \cdot x = (2-\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3}+2)$$

ha $n \in \mathbb{N}$

2. Legyen P az ABC háromszög egy belső pontja. Az AP egyenes a BC oldalt D -ben metszi. Jelöljük AM -el illetve PN -el az A és P pontok távolságait a BC oldaltól.

a) Igazoljuk, hogy $DPN_{\Delta} \approx DAM_{\Delta}$. Ha $\frac{DP}{PA} = \frac{1}{2}$, akkor mivel egyenlő a két háromszög hasonlósági aránya?

b) Határozzuk meg a BPC_{Δ} területét az ABC területének függvényében!

c) Ha CP egyenes az AB oldalt E -ben metszi és $\frac{EP}{PC} = \frac{DP}{PA}$,

akkor mit mondhatunk az az ABP_{Δ} területéről?

d) Mi a feltétele annak, hogy a P pont rajta legyen az $\hat{A}BC$ szög szögfelezőjén?

3. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 10. Ha a számjegyeiket felcseréljük, akkor az így nyert szám az eredeti kétszeresénél 1-gyel kisebb. Melyik az eredeti szám?

VIII. osztály

1. Végezzük el:

a. $(\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3} =$

b. $\sqrt{122,9881} : 22 \frac{9}{50} =$

c. $(2x^3y^4)^3 \cdot (2x^2y)^4 : (-2x^{17}y^{15} =)$

2. Határozzuk meg a $\overline{347x}$ természetes szám utolsó számjegyét, úgy, hogy a szám osztható legyen 6-al.

3. Ha adva van $\frac{a}{b} = 0,6$ akkor mennyi $\frac{3a + 2b}{4a} = ?$

4. Egy általános háromszög oldalai 6 cm, 8 cm, 12 cm.
Számítsuk ki a leghosszabb oldalához tartozó magasságot.

5. Az $ABCDMNPO$ kocka éle 20 cm. Jelöljük L -el a CP él felezőpontját. Számítsuk ki a QLA háromszög területét.

6. Egy szabályos háromoldalú gúla térfogata 3240 cm^3 , magassága 40 cm. Számítsuk ki az alaplappal és az oldallappal által bezárt szög sinus szögfüggvényét.

7. Egyszerűsítsük a: $\frac{(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 2}{(x^2 + x)(x^2 + x + 3) + 2}$ törtet.