UNIVERSITATEA „BABEŞ-BOLYAI”, CLUJ-NAPOCA

DEPARTAMENTUL PENTRU PREGĂTIREA PERSONALULUI DIDACTIC
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

LUCRARE METODICO-ŞTIINŢIFICĂ

pentru obţinerea gradului didactic I

Matematică în viața cotidiană prin metode bazate pe investigări și curiozitate

Coordonator ştiinţific,
Conf. Dr. András Szilárd

Candidat,
Virág István

Cluj-Napoca

Seria 2014-2016

BABEŞ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM, KOLOZSVÁR
TANÁRKÉPZŐ INTÉZET MATEMATIKA ÉS INFORMATIKA KAR

I. FOKOZATI TUDOMÁNYOS ÉS MÓDSZERTANI DOLGOZAT

A hétköznapok matematikája kíváncsiságvezérelt módon

Témavezető,
Conf. Dr. András Szilárd

Jelölt,
Virág István

Kolozsvár
2014-2016

Tartalomjegyzék

Bevezetés 2

2. **A téma elméleti alátámasztása** 3

2.1. A cselekedve tanulás módszeréről (learning by doing) 3

2.2. A kíváncsiság-vezérelt oktatásról (inquiry based learning – IBL) 4

2.3. A kooperatív módszer bemutatása 5

2.4. A mérés módszertana 8

3. **A terepgyakorlatok leírása** 11

3.1. A vizsgálati csoportok bemutatása 11

3.2. Az IKA vár felmérése 15

3.2.1. Az IKA vár magasságának kiszámítása 16

3.2.2. A vár tetőszerkezetének felmérése 23

3.2.3. Hány darab zsindely borítja a vár tetőszerkezetét? 30

3.3. Hány kávészem van egy kiló kávéban? 36

3.5. Elférne-e Csernáton lakossága a futballpályán? 41

4. **Következtetések** 46

5. **További elképzelések** 49

Melléklet 50

Irodalomjegyzék 53

„Bölcscsé teszlek és megtanítalak téged az útra,

amelyen járj, szemeimmel tanácsollak téged.”

Zsoltárok könyve, 32:8 (Károli Biblia)

Bevezetés

Számos véleményt hallottunk már, miszerint a matematikának nem sok köze van a humánumhoz, a matematika összességében túlmutat a humánum kérdésein és racionálisan ragadja meg a minket körülvevő összefüggéseket. Azonban ha valakivel meg akarjuk értetni az összefüggéseinket használnunk kell bizonyos humanista készségünket, adottságainkat, sőt ezek által gyakorlatba ültetve élő példákat kell felállítanunk a sikeres megértés érdekében. Különösképpen fontos ez a gyermekek számára, főként a logikai rendszerre épülő matematika esetében.

A matematika oktatása minden tanár számára egy erőpróba. Az első órákon csillogó szemekből szépen lassan eltűnik a csillogás, ha nem figyelünk kellőképpen a diákok sajátosságaira, és nagy iramban próbálunk oktatni. Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, fejlessze a tanulók gondolkozási készségeit, és alkalmazásra képes tudást hozzon létre. Persze a gyermekek személyiségfejlődésének sok oldala van, a környezet, amelyben felnőnek, a különböző ingerek, amelyek nap mint nap érik mind mind befolyásolják a tanulási folyamatot, ugyanakkor fordítva is igaz, a matematika segít az egészséges személyiség fejlődésében, a mindennapok matematikája pedig lehetővé teszi a tapasztalatok rendszerezését, a környezetbe való beilleszkedést, segíti a logikus gondolkodás fejlődését.

Miért választottam ezt a témát?

Munkám során számos nehézségbe ütközök, ami a gyermekek matematika tanítását illet. Azt tapasztalom, hogy a gyermekek tanulási motivációját és érdeklődését nehéz fenntartani, mert túlságosan elvontnak találják a számok világát, magát a matematikát. A tevékenységeim során azt akartam, hogy a tanulók megtalálják azokat a hétköznapi helyzeteket, helyeket ahol a matematika jelen van. A mérésekhez olyan eszközöket készítettünk, ami kézzelfogható, hétköznapi, mégis gondolkodásra késztet és kapcsolódik a tananyaghoz is. Ezért egyszerű, érdekesnek tűnő feladatokon, és terepgyakorlatokon keresztül dolgoztam fel néhány témát. Ezeken a gyakorlatokon a kooperatív módszert alkalmaztam, kiscsoportokban dolgoztak a tanulók.

2. A téma elméleti alátámasztása

A dolgozatomban a három különböző módszertani területet érintettem. A szakirodalmat felhasználva röviden ismertetem a gyakorlati oktatás, a kíváncsiság-vezérelt oktatás és a kooperatív oktatás módszertanát.

2.1. A cselekedve tanulás módszeréről (learning by doing)

Az egyetemi tanulmányaim befejezése után a dániai Silkeborg Højskole népfőiskolán volt szerencsém egy évet tanulni. Egy olyan csoportba iratkoztam, amelyben 11 társammal együtt nemzetközi ifjúsági munkát tanultunk. A dán népfőiskolákban nagy sikerrel alkalmazzák a *learning by doing* módszert, aminek a magyar megfelelője a „cselekedve tanulás" lenne. Ennek a módszernek a hatékonysága abban rejlik, hogy a tanulók gyakorlati feladatokon keresztül jutnak el azokhoz az ismeretekhez, információkhoz, amelyeket egy következő alkalommal használni tudnak. Minimális utasítást kapnak, és a végén elemzik a végterméket, projektet, feladatot, stb. A képzés során például, úgy tanultunk projekt managementet, hogy kaptunk 100 koronát, és arra kértek csináljunk valamit, ami a közösség javát szolgálja. Miután sikeresen végrehajtottuk a feladatot következett a kiértékelés, az elemzés. Ennek a tanulási módszernek a lényege, hogy felcserélődnek a sorrendek a szokványos oktatáshoz képest. A hangsúly az elemzésre, a visszajelzésekre tevődik át.

„*A cselekedve tanulás (learning by doing), mint a tanulás és önbizalom-építés gyakorlati módszere, tapasztalatokat és gyakorlati tájékozódást nyújt. A kiscsoportok az egységet, a bajtársiasságot és a szoros baráti légkört szolgálják.*"[1]

Ezt a tanulási módszert leginkább a felnőtt képzésben használják, de kisebb korosztály esetén is eredményesen alkalmazható.

Ezt a módszert még „munkáltató pedagógia" címen is megtalálhatjuk a szakirodalomban. Fő erényei közé tartozik, hogy a tanulók önszervező tanulási készségeket sajátítanak el, mert ebben a tanítási folyamatban a tanár szerepe inkább tutori szerep, ahol a tutor a résztvevőket támogatja saját ötleteik fejlesztésében és megvalósításában.

A résztvevők szabadon választhatják meg tanulási útjaikat és érdeklődésük szerint eldönthetik, hogy milyen irányban akarnak egy problémát vagy feladatot megoldani. Ez az oktatási forma segíti a tanulókat kreativitásuk fejlődésében. Nem utolsó sorban segíti őket a kritikus gondolkozásban, képessé teszi őket kérdezni, megkérdőjelezni az általuk alkotott

[1] http://www.rieth.hu/Gyermekkor/Cserkeszet.htm (letöltve 2015.06.02)

termék vagy megoldás helyességét. Ezek megbeszélése segít a tanulásban, teret ad az elméleti ismeretközlésnek. Azt tapasztaltam, hogy a tanulók sokkal nyitottabbak új ismeretek befogadására miután már megalkottak valamit. Nincs bennük már a teljesítménykényszer okozta feszültség, így könnyebben kérdeznek, mesélnek a tapasztalataikról.

2.2. A kíváncsiság-vezérelt oktatásról (inquiry based learning – IBL)

Rácz József szerint a kíváncsiság pozitív szubjektív tapasztalatokkal, az én, a világ és a jövő pozitív értelmezésével jár együtt, azzal, hogy a célok elérhetőek, a nehézségek leküzdhetőek, az izgalom-, az élmény- és a kihívás-keresés magával ragad. A kíváncsiság ugyanakkor negatív összefüggésben áll a szorongással, az unalommal, melyek mind gátolják az önszabályozást és a tanulást.

A matematika oktatása során hangsúlyossá válik a figyelem fenntartása, a figyelem pedig szorosan kapcsolódik a kíváncsisághoz. A kíváncsi diák mindig éber, figyelmes, kész arra, hogy tanítsák, vagy ami még fontosabb készen áll, hogy önállóan tanuljon.

„A kíváncsiság- (érdeklődés-) vezérelt tanulás aktív tanulás, amelynek során nem a megszerzett ismeretanyag, a tudás a fontos, hanem a diákok fejlődése, maga a tanulási folyamat. Egy, általában a tanár által felvetett nyílt kérdés és a kapott rövid útbaigazítások után, a tanulók maguk szedik össze a szükséges információkat, alkotják meg a hipotéziseket és ellenőrzik azokat, majd beszámolnak az eredményről. Így a tanulók, előzetes ismeretei alapján, maguk építik fel tudásukat.”[2]

Ugyanakkor ez az oktatási forma együttműködésen alapul. A tanuló megtalálja a forrásokat, használja a partnerei által kidolgozott eszközöket és forrásokat is. Megszokja a munka-megosztást és fejlődik kommunikációs készsége. A kíváncsiság-vezérelt tanulás nem az adatok megtanulására épít.

„A kíváncsiság, az érdeklődés felkeltése és a felvetett probléma megoldása bonyolult feladat, ezért a didaktikai folyamatot pontosan meg kell tervezni, meg kell teremteni annak keretét, hogy a diákok megtapasztalják a megismerés (számukra felfedezés) örömét. A gondosan megtervezett tanulási környezet segíti a megszerzett ismeretek és adatok hasznos tudássá alakítását. A tanár szerepe, hogy megkönnyítse a tanulási folyamatot. Ugyanakkor tanul is, egyre többet tud meg a tanulóról és a kíváncsiságvezérelt
tanulásról.”[3]

[2] http://www.pedocs.de/volltexte/2013/7185/pdf/Eder_2012_A_termeszettudomanyok.pdf (letöltve 2015.04.28)
[3] Éder Ottó; Albert Balázs; Máthé Márta; Soós Anna; Tordai-Soós Kata: A természettudományok kíváncsiság vezérelt tanítása

A matematika oktatás során számos módon fel lehet kelteni a diákokban a kíváncsiságot. Azt tapasztaltam, hogy azokat a szöveges feladatokat, amelyekhez egy-egy képet rendeltem nagyobb érdeklődéssel és hatékonysággal oldották meg a diákok, mint a megszokott csak sima szöveges feladatokat. Ezeket a feladatokat összegyűjtöttem és mellékeltem a dolgozathoz.

Egy másik jól bevált eszköz a csoportos munka, és a terepen végzett gyakorlatok. A tanulók hajlandóak dolgozni, ha megfelelő helyzetbe hozzuk őket. Motiválja őket, ha párban dolgozhatnak. Ugyanakkor azt is tapasztaltam, hogy fontos a tanulási környezet megváltoztatása, az iskolán kívüli oktatás hangsúlyossá válik a kíváncsiság-vezérelt oktatásban. Ugyanakkor fontos, hogy bármennyire is elméleti, a tanulóknak bonyolultnak hangzó feladatot tudjuk valami eseményhez, vagy hétköznapi dologhoz kapcsolni. Egy elméleti felvetésre gyakorlati feladatot kel alkossunk, és ez kulcs lehet a hatékony tanulásban. Olyan környezetet kel teremtsünk, ahol a tanulók mernek kérdezni, és mernek mesélni olyan dolgokról amin keresztül bepillantást nyerünk a fogalomvilágukba és ezáltal érdekesebbé tudunk tenni egy-két anyagrészt a matematikából.

2.3. A kooperatív módszer bemutatása

A kiscsoportokra épülő, együttműködő (kooperatív) tanulás hatékonysága ma már nem szorul elméleti bizonyításra. A szakirodalom egyértelműen leszögezi, hogy általa növekszik a gyerekek tanulási kedve és teljesítménye, miközben magatartásuk kiegyensúlyozottabbá, fegyelmezettebbé válik. A kutatások során bebizonyosodott, hogy nemcsak az intellektuális és magatartási tényezők, hanem az emocionális szférák is jelentősen fejlődnek. Nemcsak a kognitív képességek és egyszerű készségek elsajátítását segíti, hanem előnyösen befolyásolja a komplex fogalmak megértését, és az ismeretek alkalmazását is.

„Az együttműködő kiscsoportok szakszerű kezelésével hatékonyabb személyiségfejlesztést, ismeretelsajátítást lehet elérni. Az osztályközösségben a kooperatív tanulás eredményeként kedvező pszichés klíma alakul ki, amely a teljesítménynövelés szempontjából öngerjesztő hatást gyakorol.”[4]

A kooperatív tanulásszervezés nem egy újabb módszer, hanem inkább a különböző pedagógiai módszerek, technikák, képességfejlesztési eszközök alkalmazásának kerete. A kooperatív tanulás esetében módszertani szempontból a szervezésen van a hangsúly. A

[4] Dr. Spencer Kagan, *Kooperatív tanulás*.

pedagógus olyan attitűddel, óraszervezési módszerekkel közelít a tanuláshoz, az alkalmazandó módszerekhez, amely megfelelnek a kooperatív alapelveknek:

- Építő egymásrautaltság
- Egyéni felelősség
- Egyenlő részvétel
- Párhuzamos interakció

Kulcsfogalmak:

- Csoport
- Kooperatív tanulásszervezés
- Együttműködési szándék
- Együttműködési készség
- Alapelvek
- Módszerek

A kooperatív módszer mind a tanár, mind a tanulók szerepét teljesen új, a frontális órától, egyéni eredményeket, állandó versenyhelyzetet középpontba helyező felfogástól eltérő megvilágításba helyezi. Mi is ez az új megvilágítás? A tanóra nem az állandó csendről, fegyelemről és az egyéni munkáról szól, hanem a tanulók együttműködéséről. Itt a közös munkán van a hangsúly, hiszen a későbbiekben is arra lesz szükségük, hogy csapatban tudjanak dolgozni, meglássák, hogy a munka mely része áll igazán közel hozzájuk, felfedezzék más tehetségét is. Ezzel szemben rengeteg tanár amellett, hogy egybefüggő tömegként kezeli a diákokat, a tanulóknak mindent egyedül kell megérteniük, ha pedig megpróbálnak segíteni egymásnak, akkor az büntetést von maga után. Ezt a versenyeztető gondolkodásmódot ültetik a gyerekekbe is, akik a másikban nem a segítőtársat vagy „munkatársat" látják, hanem az ellenfelet, akinél jobbnak kell lenniük. Pedig alapvető cél volna az, hogy megtanuljanak egymással kommunikálni, kölcsönös segítésen alapuló kapcsolatot kialakítani társaikkal, vagy akár olyan személyekkel együtt dolgozni, akikkel esetleg különösebben nem szeretnének.

A kooperatív tanulásszervezés természetesen a tanári szerep megváltozását is jelenti. Valamilyen szempontból kisebb, de más szempontból sokkal nagyobb részét képezi a pedagógus a tanórának. Hiszen a feladatok összeállítása, az együttműködő csoportos munka lehetővé tétele nagyobb előkészületeket igényel például a frontális órához képest, viszont a tanórán nagyobb szerepet kapnak a gyerekek. Habár látszólag csak a csoportokat kell felügyelnie és a feladatokat ismertetnie a pedagógusnak, mégis egy ilyen óra levezénylése

talán sokkal nagyobb koncentrációt igényel. Itt hat-hét kiscsoport életét kell figyelemmel kísérni, segíteni nekik, ha megakadnak, azaz hat-hét felé szakadni. Viszont nem húsz-harminc felé, ami ezzel szemben könnyebbség.

A gyerekek szerepe is egészen más lesz. Nemcsak befogadók, akik utána megpróbálnak egyedül megbirkózni a feladatokkal, hanem „kistanárok", segítők, időfelelősök, szakértők lesznek, akik elengedhetetlen szereplői egy csoportnak. Így érzik azt, hogy nem mindegy, hogy mit tesznek, nem mindegy, ha nem dolgoznak, hiszen az az egész csoport munkájára kihat. Felelősség van a vállukon, amely ösztönzően hat rájuk a munkában. Mivel a csoportok teljesítményét értékelik, így mindenkinek dolgoznia kell.

A kooperatív módszerek rengeteg lehetőséget nyitnak meg egy matematikatanár előtt. Hiszen egyéni, páros, csoportos feladatokban is gondolkodhat, a csoportokat szétszedheti, átalakíthatja, a csoporton belül kinevezhet csendfelelőst, időfelelőst, írnokot – azaz újítások tárháza kerül a kezébe. Természetesen a felsőbb osztályokban már kevésbé hatásos, ha mindig kooperatív módszerrel tanítunk, kiváltképp, ha jelentősek az egyéni különbségek, és más-más cél vezérli a diákokat. De akár egy végzős osztályt is motiválhat, ha néha-néha, akár egy összefoglalásnál, akár egy témakezdő órán kooperatív módszerrel tanulhatnak. Hiszen nem csapásként kell felfogni, hogy szeretnek beszélgetni egymással, és nem büntetni kell őket a közös munkáért, hanem éppen ezt a kooperatív hozzáállást kell kihasználni. Ezzel a módszerrel megtaníthatjuk őket a közös munkára, és előnyt faraghatunk abból, hogy szeretnek egymással kommunikálni.

A kooperatív tanulás révén mélyebben beivódó ismeretek születnek, a tanulók képesek divergens, eltérő szempontokból megfogalmazott gondolkodási, probléma-megoldási stratégiák felvázolására is, valamint érzékenyebben és fejlettebben reagálnak a szociális képességek fejlettségét igénylő kihívásokra.

A kooperatív módszerek alkalmazása során azt tapasztaltam, hogy:

- Mivel néhány tanuló még nem képes több társához alkalmazkodni, az együttműködés tanítását célszerű párokban kezdeni.
- Ahhoz, hogy a tanulók megfelelő szinten tudjanak kommunikálni, legcélszerűbb a 3-4 fős csoportban történő foglalkoztatás, ugyanis így jobban érzékelhető az egyének felelőssége, mivel a csoportban mindenkinek lehetősége van a közreműködésre. Nem alakul ki egyes tanulók passzivitása. A pedagógiai hatékonyság is jobban érvényesül.

- Az együttműködéses csoportmunka jól alkalmazható a heterogén és a „látszólag” homogén csoportok esetében egyaránt. Azért látszólag, mert ha előmenetel szempontjából homogén is az összetétel, egyéb képességek esetében eltérő. Ez elősegítheti, de hátráltathatja is az együttműködést. Tisztán homogén összetételű csoporttal (ahol a tudás és a készségek is azonosak) nem találkoztam. Ezért időnként célszerű lehet a csoporton belüli differenciálás, a képességek figyelembevételével történő páros vagy egyéni feladatadás.

  A lemaradókkal a pedagógus közvetlenül is foglalkozhat, vagy páros munka során a jobb képességűek készítik fel őket. Erre lehetőséget adhatunk egy-egy gyakorló órán, vagy a szabad foglalkozáson.
- Abban az esetben, ha jó képességű és aktív gyerekek kerülnek össze, előfordulhat rivalizálás, versengés, túlzott önérvényesítés a csoport tagjai között. Állandóan vitatkoznak és nagyon aktív kommunikáció folyik, amellyel gyakran elmegy az idejük. Végül azonban megtanulnak alkalmazkodni és igényes vita alakul ki közöttük, fejlett együttműködéssel.

2.4. A mérés módszertana

Mindennapi életünkben gyakran végzünk méréseket. Mérjük az időt, a távolságot, sebességet, stb. Az idő mérése annyira része lett a hétköznapjainkban, hogy nem is úgy tekintünk rá mint mérésre. Reggeltől estig mérjük az időt, anélkül hogy ez feltűnne számunkra.

A mérés fontosságát mi sem mutatja jobban mint az, hogy a geometria szó görög jelentése föld mérés. A mérés alapja az összehasonlítás. Valamit valamihez hasonlítunk, és megállapítjuk a kettő viszonyát.

Dr. Török Tamás szerint a mérésen olyan tevékenységet értünk, amelynek eredményeként a vizsgált jelenség számszerűen jellemezhetővé, más hasonló jelenségekkel objektíve összehasonlíthatóvá válik. A mérés tehát nem egyszerűen szám hozzárendelése valamely jelenséghez vagy annak valamely tulajdonságához, hanem olyan hozzárendelés, amely kvantitatív összehasonlítást tesz lehetővé.[5]

A mérés kvantitatívan kell kifejezze az adott mennyiséget, az alapul választott mértékegységben. A fizikában kiemelt helyen foglalkozunk a mértékegységekkel. Jól ismertek az alap és származtatott mértékegységek.

[5] Dr. Török Tamás: Mérések elmélete és módszertana a matematika tanításában

A mérés számszerűsített eredménye, az ún. mérőszám azt fejezi ki, hogy a mértékegységet hányszor tudtuk „rávinni” a mért mennyiségre. Egy mérési adatot − a tárgyak, dolgok, személyek, események adott tulajdonsággal való rendelkezésének mértékét − a mérőszám és a mértékegység összetartozó együttese határozza meg. Például az asztal hossza körülbelül 90 cm a palackban levő víz mennyisége több, mint 2 dl, de kevesebb, mint 3 dl, Karcsi testtömege 33 kg, a tanítási óra tovább tartott, mint 45 perc.

Stanley Stevens[6] kidolgozta a mérések skála elméletét, amelyek segítenek a hozzárendelésben és magában a mérésben.

1. Nominális skála, amellyel a matematikán belül a halmazelméletnél (ekvivalencia reláció, osztályozás) találkozhatunk. Alkalmazzuk a halmazok azonosítóval való ellátásánál, megnevezésénél.
2. Sorrendi (ordinális) skála a mennyiségek viszonyát számszerűen fejezi ki (matematikában a rendezési relációk).
3. Az intervallumskála egy mennyiségi, kvantitatív skála, mint például a hőmérséklet, a naptári idő, a tengerszint feletti magasság, stb. (matematikához kapcsolható a lineáris függvény, a negatív számok bevezetése).
4. Az arányskálán való mérés felel meg a közismert mérésfogalomnak. Ennek a skálának mindig van abszolút nullpontja és egy rögzített (alkalmi vagy szabvány) értéke, azaz mértékegysége.

A matematikában a méretes geometriai tulajdonságoknál, mértékegységek kapcsolatánál, törtek bevezetésénél kerül alkalmazásra, mint például a hosszúság-, a terület-, a térfogat-, a tömeg-, a szög-, az időmértékegységek és átváltásaiknál.

Kezdetben a mértékegységeket a hétköznapi munkavégzéshez használt tárgyak, a természet adta lehetőségek nyújtották. Ilyenek voltak a hüvelyk, arasz, véka, hordó stb. Használatban voltak olyan mértékegységek is, amelyek tájegységenként, vagy országonként nem voltak egységesek. A kereskedelem, az országok közti együttműködés megkönnyítése végett 1960-ban megtörténik a mértékek nemzetközi egységesítése, vagyis létrejön az SI (Systèm International d’Unitès), amit a legtöbb ország elfogadott. A napjainkban használatos nemzetközi mértékegységek meghatározására többféle eljárást dolgoztak ki. Például a méter első meghatározása így hangzott: „a Föld kezdő délkörén mért kerületének negyvenmilliomod

[6] https://hu.wikipedia.org/wiki/Mérési_skálák (letöltve 2015.05.28)

része”[7]. A tökéletes mértékmintát (ősmintát), vagyis az etalont, például a méter esetében, először fémötvözetekből előállított rudak adták, majd a kor modern eszközeit használva a tudósok egyre inkább arra törekedtek, hogy az egységek bárhol, bármikor reprodukálhatóak legyenek és a pontosságuk több nagyságrenddel jobb legyen. Pontosabb eredményhez jutottak a vörös kadmium hullámhosszának segítségével, illetve nagy elismerésnek örvendhetett Bay Zoltán[8] (1900 – 1992) is, aki a fényre szabott méter megalkotója volt.

A mérés, mértékegységek fogalmának kialakítása óvódás korban kezdődik és a VI. osztály végére fejeződik be. Ezt követően az elmélyítés és begyakorlás következik. A gyakorlatban is találkoznak a diákok méréssel, leginkább a fizika és kémia órákon. A későbbikben a tanulók más összefüggésekben is használják a mértékegységeket. A szögmérés, a háromszög szerkesztése, a hasonlóság, a derékszögű háromszögben alkalmazható metrikus összefüggések segítségével számos mérés és számítás elvégezhető. Például: toronymagasság, egy tó szélességének kiszámítása, visszhangból egy távoli hegycsúcs távolsága, vagy egy villám lokalizálása.

Fontosnak tartom, hogy a tanulók nagyságrendi dolgokban helyes ismerettel rendelkezzenek. Nagyon későn alakul ki a diákokban a helyes megoldás megállapításának készsége. Legtöbb diák nem teszi fel magának egy mérés, vagy kiszámított mennyiség után a kérdést, hogy helyes-e amit kaptam? Ezen készség fejlesztésében segíthet a gyakori mérés, a helyes rendszerezés.

[7] https://hu.wikipedia.org/wiki/Méter (letöltve 2015.05.02)
[8] https://hu.wikipedia.org/wiki/Bay_Zoltán (letöltve 2015.05.02)

3. A terepgyakorlatok leírása

3.1. A vizsgálati csoportok bemutatása

A terepgyakorlatom során a felsőcsernátoni Bod Péter Általános Iskola 5-8 osztályát választottam, mivel ebben az iskolában tanítok. A gyermekeket jól ismerem, már kisiskolás korukban volt kapcsolatom velük gyermektáborok, karitatív akciók és iskolai tevékenységek alatt.

Az **ötödik osztály** létszáma: 27, ebből 13 fiúgyermek és 14 lány. Nagyon aktív csapatról van szó, akik többfajta környezetből jöttek. Az ötödik osztály megkezdésekor még szépen megkülönböztethető volt az, hogy ki melyik negyedik osztályból jött, miként viszonyult hozzájuk a tanítójuk, mennyit dicsérte őket és az osztályközösségben milyen minőségben volt jelen. Sok diák esetében felfedeztem a teljesítményorientáltságra való nevelést, ami néha frusztráltságot, máskor kimagasló teljesítményt eredményezett. Néhányan nagyon jó képességekkel vannak megáldva, a művészetek, irodalom terén és ez megkönnyíti a helyzetet a matematika elsajátításakor is. Az osztály többsége órákon aktív, sokan eljutnak a felfedezéstől a probléma megoldásáig, ugyanakkor van néhány diák, aki a legelemibb gyakorlatokban sincs otthon. Legtöbbjük esetében nehéz családi háttér áll, 3 gyermek állami gondozásban van és páran alkoholista szülők gyermekei, akiknek a legalapvetőbb szükségletek kielégítése is külön terhet jelent, így a tanulás csak másodlagos, esetleg harmadlagos az életükben.

A tanév közepén kezdett kialakulni az osztályközösség, mindenki megtalálta a helyét, s kezdett kialakulni egy egészséges versenyszellem is köztük, ami munkára ösztönözte a szorgalmasabbakat. A napi feladatokat az osztály háromnegyede óráról órára elvégezte, kiemelkedően tanult 6 lány és 4 fiú, ők plusz feladatokra is vállalkoztak és az osztályból 3-4 gyermek folyamatosan le volt maradva, sokszor felszerelés nélkül jelent meg, a fent említett családi okok miatt. Ezekben az esetekben viszont példásan segítettek osztálytársaik, hogy valamennyire fel tudjanak ők is zárkózni. A családi háttér talán mellékesnek tűnhet a matematikaoktatás esetében, viszont az elmúlt évek tapasztalata azt mutatja, hogy a gyermekek sokszor aszerint reagálnak egy probléma megoldására, ahogyan a mindennapi életben példát láttak. Vannak gyermekek ebben az osztályban, akik ha egy feladatra ránéznek, rögtön meg akarják oldani, anélkül, hogy a lehetséges nehézségeket látnák előre. Más gyermekek az első nehézség esetén abbahagyják és csak helyes motiváció esetén lépnek túl. Olyan esettel is találkoztam, aki bár megoldotta a feladatot, elégedetlen volt magával, mert

úgy gondolta túl sok időt vett igénybe a feladat megoldása, tehát szeretne sokkal gyorsabb, hatékonyabb lenni. A sok kudarcot megélt gyermekek pedig neki sem fognak, ők már eleve gyengének érzik magukat ebben a témában is, de más tanárkollégáktól tudom, hogy hasonlóan vesznek részt kézimunka órán is, vagy akár testnevelésen. Az ők esetükben nagyon fontos a megértés, a probléma felmérése, ugyanakkor fontos, hogy pedagógusként megtaláljam az első lépést, ami megtöri a jeget, s mindezt úgy tegyem, hogy ne érezze magát különbnek osztálytársai előtt.

A tanév végére sikerült ebből a sokszínű csapatból egységes csoportot alkotni, egy olyan közeget, ahol jól érezhetik magukat matematika órán, ahol mernek tévedni, mernek kockáztatni és ahol mindenki a saját egyéniségével lehet jelen a közösség javára.

A **hatodik osztály** létszáma: 17, ebből 11 fiú és 6 lány.

Egy változatos osztályközösségről van szó, ahol fontos szerepet játszik az osztályfőnök egyéniségének hatása a diákokra. Már ötödikben komoly szabályok között tanultak, ez pozitívan hatott úgy az egyéni nevelésben, mint az osztályközösség életében.

Bár a szabályok betartása, ami jellemző az osztályra, az órai tevékenységeken képesek kilépni a szabályszerűségekből és egy feladat megoldásakor bátran mernek feltételezni, ismeretközlő órán pedig kérdezni és szabadon gondolkodni.

Ők már közelebb állnak a gyakorlati matematikához, ismereteiket gyakran társítják tapasztalatokhoz. Az osztályban van 3 nagyon jó képességű diák, akik minimális utasítással, képesek akár versenyfeladatok megoldására is és akik napról napra ritmusban tudnak haladni a tananyaggal.

Az osztály nagy részének kihívást jelent minden új fejezet, sokszor fárasztónak és értelmetlennek találnak újabb felfedezéseket, bár ez addig tart, amíg rá nem vezetem őket arra, hogy van megoldás és nem is annyira bonyolult, mint amilyennek tűnik.

Megfelelő ösztönzés esetén akár közösen is szívesen dolgoznak, az osztályteremben általában jó hangulat van.

A **hetedik osztály** létszáma:17, ebből 11 fiú és 6 lány.

Ebben az osztályban fontos szerepe van annak, hogy többségben fiúk vannak. Ők a

vezéregyéniségek a csapatban, a lányok többnyire visszahúzódott természetűek, aki pedig nem, az felveszi a harcot a fiúkkal.

Az órán való tevékenységükre is jellemző a harciasság, és a hirtelen fellángolások.

Megtanultak harcolni együtt és ez sokszor azt eredményezi, hogy a csapatkapitányok döntéseit megerősíti az osztály többi része. Ez abban az esetben jó, ha valóban érdekli őket valami. Jó volt megtapasztalni egy alkalommal, amikor lustaságot éreztem a levegőben és figyelmeztettem őket az irányváltásra, hogy összefogtak és a gyengébb képességű osztálytársaikat felkarolva nekifogtak matek-feladatokat oldani. Így lehetőséget adtak maguknak, hogy a közösségi élet konkrét mozgatórugói legyenek, lehetőséget adnak egymásnak a felzárkózásban és nem utolsó sorban lehetőséget adnak nekünk, pedagógusoknak, hogy ezen a nyomon beléphessünk az ők világukba és segítsünk újabb tudáshalmaz elsajátításában.

Ebben a korban (13 év.) megfigyeltem, hogy az érdeklődésük csökken a matematika iránt.

Akiket eddig könnyedén lehetett motiválni, azok mintha egyik napról a másikra mindent felrúgva úgy döntenek, hogy csatlakoznak a "minket hidegen hagy" elven mozgó társaikhoz, hogy ezáltal is elfogadottabbá váljanak kisközösségükben.

Nagyon nehéz ezt a folyamatot visszafordítani és szembe nézni az életkori sajátosságaikkal, nagyobb kihívás és sokszor új lappal kell indítani esetükben a hatékonyság érdekében.

A **nyolcadik osztály** létszáma: 13, ebből 7 fiú és 6 lány

Az alacsony létszám miatt ebben az osztályban jó közösség van. A kiadott feladatokat igyekeznek elvégezni és 3 ember plusz feladatokat is vállal. Van 2 kiemelkedő tanuló, közülük egyik fiú bár állami gondozásban nevelkedik és nincsen megfelelő családi háttere, mégis nagyszerű képességeit kicsi korától kamatoztatja, ő az osztály éltanulója.

Nemcsak aktív, élesen figyel a részletekre és a csoportban is megtalálja a saját helyét. Osztálytársai gyakran kérnek tőle tanácsot, s sokszor elhangzik az is, hogy szeretnének hozzá hasonlóan tanulni, fejlődni. A többiek átlagos képességgel rendelkező, jóindulatú diákok, akik nyitottak az új dolgokra. Lehet velük kísérletezni, méregetni, számolgatni, sok türelmük van.

Mivel a falu felső részében, többnyire erdős részen élnek, az otthoni környezetükben rengeteg tapasztalatot gyűjtöttek népi mértékegységekről és olyan eszközökről, amiket régen mérésre

használtak. Ezért nekik barátságos és könnyebben megközelíthető, ha a számokat állatokhoz, a környezetükben fellelhető tapasztalataikhoz kapcsoljuk.

Általában szerény körülmények között élnek, ezért a pénz értékét magyarázva rájöttem, hogy az ők esetükben nem a mennyiségben rejlik az erő, sokkal inkább a pénzért kifejtett munkában, aminek ők is valóságos részei nap mint nap.

A matematika is sokkal valóságosabb tud lenni ilyen diákok között, mint egy steril, szemüveges, nagyítós világban, ahol minimum zsenikként nézünk a diákokra, akik a még meg nem fejtett matematikai igazságok terén úttörő hadjáratra lesznek hivatottak az elkövetkező években.

Itt leegyszerűsödik minden, ami addig bonyolult volt bennünk, s arra indít, hogy kinyissunk előttük más kapukat is a reményteljes jövő érdekében.

3.2. Az IKA vár felmérése

Ebben a gyakorlatban a diákok lehetőséget kapnak arra, hogy egyszerű eszközök segítségével felmérjék a településen található XIII. századból fennmaradt bástya-vár magasságát és az újonnan épült tetőszerkezet méreteit. Ahogy az alábbi képen látható az IKA vár arculata a 2010-2014 között zajló felújítás során jelentősen megváltozott.

A vár kapcsán számos matematikai kérdést fogalmaztunk meg a tanulókkal közösen:

- milyen magas a vár?
- hány tonna követ használtak az építésekor?
- milyen magas a 2014-ben épült tetőszerkezet?
- hány darab zsindelyre volt szükség a befödéshez?

1. kép: Az IKA vár 2010-ben.

2. kép: Az IKA vár 2015-ben.

3.2.1. Az IKA vár magasságának kiszámítása

Időpont: 2015. május

Korcsoport: VII. osztály

Időtartam: 1 óra

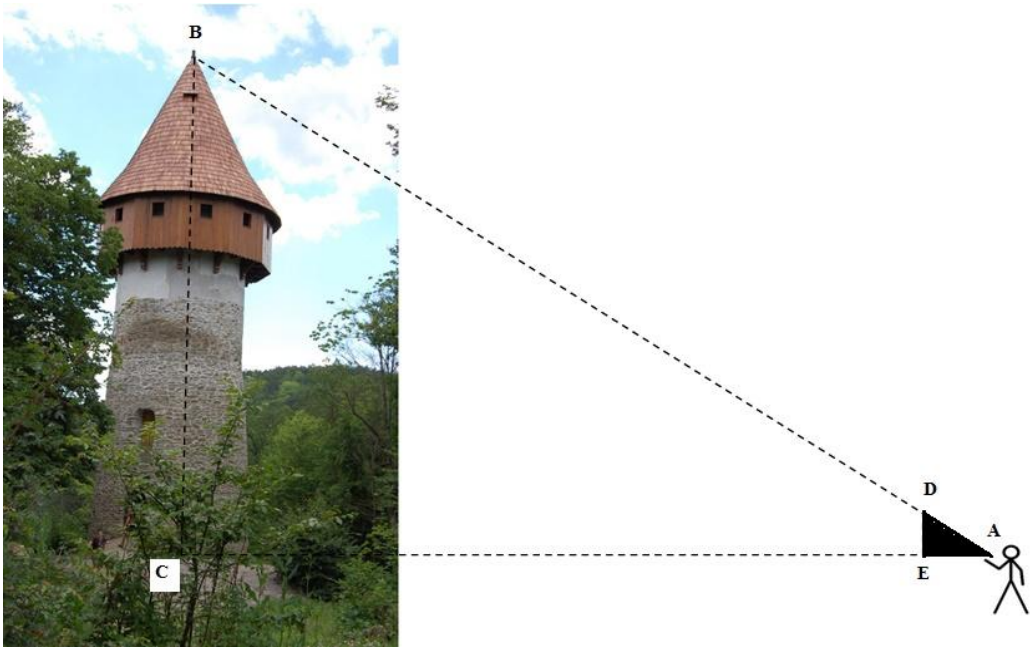
Mérési eszközök: Derékszögű vonalzó, Vízmérték

Célok:

1. A csoportos munka fontosságának a megismerése
2. A tanulók gyakorlati érzékének fejlesztése
3. Tudatosítani a tanulókban, hogy olyan eszközök birtokában vannak, amelyek segítségével olyan méréseket végezhetnek, amire előtte nem voltak képesek.
4. Tudatosítani a tanulókban, hogy a tanórán szerzett ismereteket alkalmazni tudják a hétköznapi életben
5. A tanulók tudják a mérés során gyűjtött adatokat rendszerezni, és feldolgozni.

Előfeltételek, ismeretek a tanulók részéről:

A tanulók ismerjék a derékszögű háromszög tulajdonságait, tudják alkalmazni a szögfüggvényekről tanultakat.



1. ábra: A vár magasságának meghatározása derékszögű háromszög segítségével

Az *1. ábrán* látható, hogy $AED_{\Delta} \approx ACB_{\Delta} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{AC}{CB}$. Innen számítható ki a mérendő tárgy vagy épület magassága.

Az iskolai vonalzóknak ismertek a hegyesszögei: 30˚, 60˚, 45˚. Megfelelő képen elhelyezve a megfigyelő tanulót és a fenti szögek tangensének értékét használva kiszámíthatjuk a vár magasságát. Pl. $tg\,45^{o} = \frac{BC}{AC} = 1 \Rightarrow AC = BC$.

Az AC távolság megmérése után számolható az BC távolság. Mindkét esetben figyelembe kell venni a megfigyelő szemmagasságát, és ha olyan a terep, akkor a szintkülönbségeket is. Az AC távolság mérését mérőszalag illetve a földmérésnél használt „baktató" segítségével végezték a diákok.

A mérés során használt eszközök:

1. Derékszögű vonalzó

Ez a mérőeszköz jól ismert eszköz a tanulók körében, éppen ezért nem jelent újdonságot a diákoknak, mert minden második matematika órán látják, használják. Egy kicsit kiegészítettük a tanulókkal, hogy a terepgyakorlat során jobban boldoguljunk. Előzetes tapasztalataink azt mutatták, hogy pontatlan mérési adatokat kaptunk. Használata aránylag egyszerű, de nehézséget okoz, hogy nehéz a befogóit vízszintes illetve függőleges helyzetbe tartani mérés közben. Ezt úgy küszöböltük ki, hogy az egyik befogójára egy kisméretű vízszintezőt szereltünk, amit a csoport egyik tagja figyelni fog, és jelzi a mérő társának, ha rosszul áll a vonalzó.

3. kép: A 30° *és* 45° *-os derékszögű vonalzók célzó korong okkal az átfogón.*

2. Vízmérték

A kereskedelemben kapható, építkezésben dolgozó szakmunkások által használt vízmérték alkalmas a 45˚ illetve a 0˚ mérésére. Néhány tanuló ismerte az eszközt, de mérésre még senki nem használta azt. A tanulóknak bemutattam egy vízmértéket és elmondtam, hogy miként tudjuk ezzel helyettesíteni a derékszögű vonalzót. Miután ez nyilvánvalóvá vált számukra, nekiláttunk, hogy három ilyen eszközt mérésre alkalmassá tegyük. A vízmértéket elláttuk mindkét végén egy célzó koronggal, az egyikbe még célkeresztet is szereltünk. Az eszközt egy léchez erősítettük, amit átfúrtunk azért, hogy állványra szerelhető legyen. A munkafolyamatban főleg az osztály fiú tanulói kapcsolódtak be, és jó hangulatban készültünk a hétvégi kirándulással egybekötött terepgyakorlatra.

4a. kép: Vízmértékből készített mérőeszköz.

4b. kép: A vár magasságának mérése vízmérték segítségével.

A terepgyakorlat leírása

Mivel ez a terepgyakorlat a helyszín miatt több mint egy órát vesz igénybe egy hétvégi kirándulással egybekötött tevékenységre terveztem. A helyszín nem volt ismeretlen a tanulók

számára, viszont azon kérdésre, hogy milyen magas a vár csak kevesen tudtak hozzávetőlegesen jó választ adni. Röviden felvázoltam a feladatot a diákoknak, és három csoportba osztottam őket. Minden csoporttal külön végig beszéltük, hogy milyen méréseket kel végezniük és az ehhez szükséges eszközök bemutatása is megtörtént. A csoportok összeállításánál vigyáztam arra, hogy minden csapatban legyen olyan, akinek a matematikai készségei fejlettebbek.

Az első csapat kapott két derékszögű vonalzót – egy $30°$-osat és egy $45°$-osat (*3.kép*), valamint egy mérőszalagot. Ez a módszer már részben ismerős volt a csoport számára ugyanis az iskola udvarán található fa magasságát ezzel a módszerrel, a szögfüggvények tanulásakor használtuk. A csoportot arra kértem, hogy a szintkülönbségeket is figyelembe véve legalább négy különböző helyszínről végezzenek mérést, és a kapott eredményeket foglalják táblázatba.
A csapat tagjai rövid megbeszélés után a vonalzó segítségével megkeresték azokat a helyeket, ahonnan a vár teteje pontosan látszott, és lemérték a vízszintes távolságokat.

5. kép: Magasság mérés $30°$ *– os derékszögű vonalzó segítségéve.l*

Nehézséget okozott, hogy a derékszögű háromszög befogója nem állt vízszintesen. Erre a csoportból egy diák kellett vigyázzon. Először „szemre” állították be, majd miután segítségért

fordultak adtam nekik egy kisebb vízmértéket, amit ráhelyeztek a vonalzó alsó befogójára. Az AC (vízszintes) távolságot a mérőszalaggal határozták meg a tanulók. Ebben mindig két tanuló segítsége kellett.

6. kép: Jó választásnak bizonyult az 50m hosszú mérőszalag.

A mérési eredmények a következők voltak:

$m(\hat{A})$	AC	BC
$m(\hat{A}) = 30°$	*30,5 m*	*19,85 m*
	29 m	*18,88 m*
	30 m	*19,53 m*
	28,5 m	*18,55 m*
$m(\hat{A}) = 45°$	*20 m*	*20 m*
	19,5 m	*19,5 m*
	21,5 m	*21,5 m*
	18,7 m	*18,7 m*

Mivel $m(\hat{A}) = \frac{BC}{AC}$ és tudjuk, hogy $tg(30°) = \frac{\sqrt{3}}{3} \cong 0{,}651$, így kiszámítható BC a vár magassága.

A nyolc különböző mérésből kapott eredményekből számtani középarányost számoltak a tanulók, és az eredményhez hozzáadták a megfigyelési pont (szem magasság) értékét, és így kapták a végleges eredményt.
Így a vár magassága $h = BC + 1{,}6\,m = 19{,}56\,m + 1{,}6\,m = 21{,}16\,m$.

A második csapat eszköze egy vízmérték volt *4. kép*. Az eszköz használata egyszerű, mivel a vízmértékre erősített célzó karikák nagy segítséget jelentettek a tanulók számára. Ez a csapat lelkesen látott munkának, mert az eszköz érdekesnek tűnt számukra, és ez „felpörgette" a csapatot.

9. kép: Adatgyűjtés vízmérték segítségével.

10. kép: A csoport minden tagja használta a mérőeszközt

Rövid beszélgetés után világossá vált, hogy hogyan lehet mérni vele. Ennél a mérőeszköznél mindig szükséges két diák. Az egyik figyeli a vízszintmérő buborék állását, a másik pedig a célzó korongon keresztül a vár tetejét figyelve mozog előre hátra. Miután lokalizálták a pontot, két másik tanuló mérőszalag segítségével lemérte a távolságot a várig. Itt is négy különböző mérést végeztek a tanulók. Több oldalról is megmérték a magasságot, de a terepviszonyok miatt csak az É-i oldalról lehetett vízszintes távolságot lemérni, ezért a méréseket ezen az oldalon folytatták.

$m(\hat{A})$	AC	BC
$m(\hat{A}) = 45°$	*20,4 m*	*20,4 m*
	17,5 m	*17,5 m*
	19,3 m	*19,3 m*
	20,8 m	*20,8 m*

A fenti mérésekből számtani középarányost számoltak a tanulók, és az eredményhez hozzáadták a megfigyelési pont (szem magasság) értékét, és így kapták a végleges eredményt.
A második csapat mérési eredményei alapján a vár magassága:

$h = BC + 1{,}6m = 19{,}25m + 1{,}6m = 20{,}85m$

Ez a csoport érdekes felfedezést tett. Rájöttek arra, hogy nem csak a $45°$-os része alkalmazható a vízmértéknek, hanem a $0°$-os (vízszintes) rész segítségével a szintkülönbségek okozta probléma is megközelíthető, sőt meg is oldható. Az IKA vár egy dombra épült, és a körülötte lévő terep szintkülönbséget mutat, ami nagyban megnehezíti a méréseket és a végeredményt jelentősen befolyásolja.
Erre a problémára a következő ötlet született: Miután a tanulók megtalálták azokat a pontokat ahonnan a vár teteje a célzó korongba került, egy második mérést is végeztek, de most már a vízmértéket vízszintes állapotba hozták, a célzó korong segítségével, krétával egy jelt raktak a várra. A jel és a vár alapja közti távolságot mérőszalaggal felmérték és ezt az értéket használták a szemmagasság helyett. Az eredmények a következő képen módosultak:

$m(\hat{A})$	AC	BC	y
$m(\hat{A}) = 45°$	*20,4 m*	*20,4 m*	*2,4 m*
	18,8 m	*18,8 m*	*2,3 m*
	19,3 m	*19,3 m*	*1,6 m*
	20,8 m	*20,8 m*	*2 m*

Miután az átlag számítást elvégezték a tanulók eredményül a vár magassága $h = 21{,}65m$ lett, ami $0{,}8m$ többletet jelent az előző számításhoz képest.

Észrevételek és javaslatok

- Fontos, hogy a csoportok olyan tanulókból álljanak, akik együtt tudnak dolgozni, és mindig kell olyan, aki a problémát megértette, és aki a többieknek tud segíteni, ha kérdések vannak a csoporton belül. Természetesen a tanár jelenléte nem elhanyagolható, de amikor három különböző helyen folynak a tevékenységek akkor fontos, hogy a csoportokon belül legyen egy vezető. A kooperatív tanulás fontos

eleme a jó légkör, és az hogy a csoporttagok szeressenek együtt dolgozni. A csoportok kialakításánál ezeket a tényezőket is figyelembe kell venni.

- A terep előismerete fontos ugyan, de nem elengedhetetlen. A mérések során a legnagyobb gondot a felszín domborulta és a növényzet okozta. Ugyanakkor ez a hiányosság vetett fel olyan problémákat, amelyek egy újabb szintre emelték a feladatot azzal, hogy szintezni is megtanultak a gyermekek. A szintkülönbséget sikeresen megoldották, az eredményeket pontosítani tudták.
- A kapott eredmények megfeleltek a valóságnak, ami pozitívan erősítette a tanulókat.
- Azt tapasztaltam, hogy a terepen tartott matematika óra segíti a diákokat abban, hogy közelebb érezzék magukat a tantárgyhoz, a csoportmunka pedig a problémamegoldó készségüket serkenti.

3.2.2. A vár tetőszerkezetének felmérése

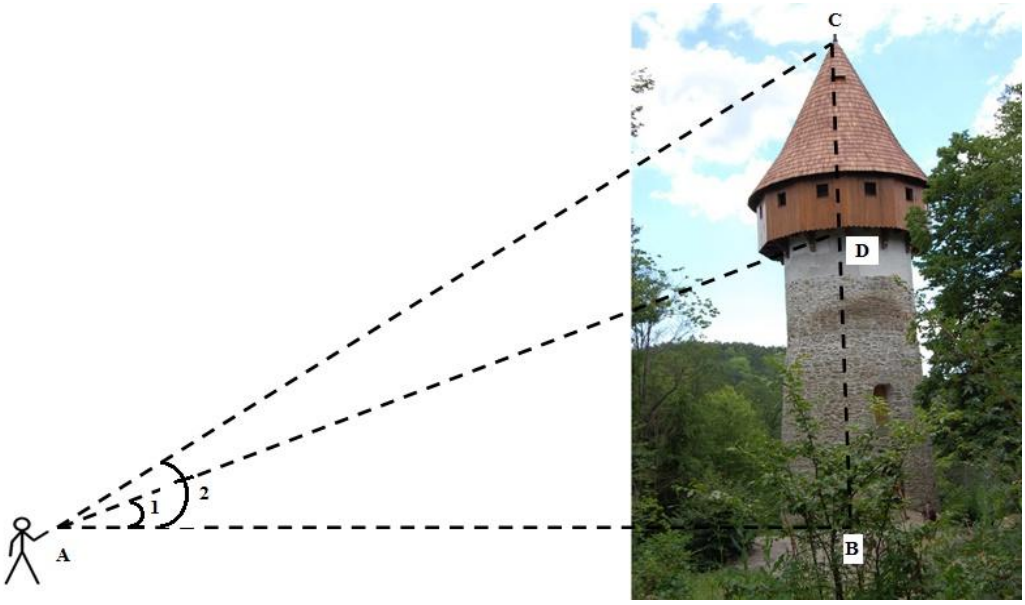
Időpont: 2015 május
Korcsoport: VII. osztály
Időtartam: 1 óra
Mérési eszközök: szögmérő, mobiltelefon (Clinométer)

Célok:

1. A tanulók tudjanak méréseket végezni nem hétköznapi eszközök segítségével.
2. A csoportos munka fontosságának a megismerése
3. Tudatosítani a tanulókban, hogy olyan eszközök birtokában vannak, amelyek segítségével olyan méréseket végezhetnek amire előtte nem voltak képesek
4. Tudatosítani a tanulókban, hogy a tanórán szerzett ismereteket alkalmazni tudják a hétköznapi életben
5. A tanulók tudják a mérés során gyűjtött adatokat rendszerezni, és feldolgozni.

Előfeltételek, ismeretek a tanulók részéről:

- szögfüggvények ismerete
- hasonló háromszögek és aránypárok
- műveletek szög mértékével
- átlagszámítás



2.ábra

A *2. ábrán* látható, hogy $tg(A1) = \frac{BD}{AB}$ *és* $tg(A2) = \frac{BD}{AB}$. Ebben a gyakorlatban célunk a *DC*-vel jelölt kúp alakú tetőszerkezet magasságának a kiszámítása.

Tehát $CD = BC - BD = AB \cdot tg(\hat{A}2) - AB \cdot tg(\hat{A}1) = AB \cdot [tg(\hat{A}2) - tg(\hat{A}1)]$. Akárcsak a 3.2.1. részben ismertetett terepgyakorlatnál itt is vízszintes távolság mérésre lesz szükség, amihez majd mérőszalagot használnak a tanulók.

A szögmérés során használt eszközök:

1. **Szögmérő**

A tanórákon használt szögmérő (*11.-12.kép*) egy mozgatható léccel és egy célzó-csővel kiegészítve jól használható távolban lévő épületek látószögének mérésére. A célzó csőbe egy keresztet is elhelyeztünk, ami nagyban segített a mérés során. A célzó csövet tartó lécet egy piros szakasszal megjelöltük, azért hogy egyértelműen tudjuk leolvasni olvasni a mért szög mértékét. A pontosság érdekében ezt az eszközt is állványra szereltük, amit a helyszínen vízszintes állapotba hoztunk. Az eszköz könnyen elkészíthető, és plusz motivációt jelent a diákok számára. A szögek mértéke egyszerűen leolvasható, rövid idő alatt több mérést is tudnak végezni a tanulók.

11. kép: Állványra szerelt szögmérő

12. kép: A piros vonal segít a pontos eredmény leolvasásában

2. **Mobiltelefon (Clinometer)**

A diákok nagy része rendelkezik valamilyen okos telefonnal, és legtöbben nincsenek tudatában, hogy ezek az eszközök megfelelő alkalmazások telepítésével alkalmassá tehetők nem hétköznapi feladatok elvégzésére. Az ilyen eszközök használata a tanórán, vagy iskolán

kívüli tevékenységeken jó eszköz lehet a motivációra. A Clinométer (*13. kép*) egy olyan androidos alkalmazás, amely segítségével szöget tudunk mérni. A Clinométer a telefonban található giroszkópot használva olyan felületet biztosít, amelynek segítségével jó pontossággal szöget tudunk mérni. Az eszköz felfüggesztésére egy GPS tartó felső részét használtuk, ezt ráerősítettük a tartólécre, és belehelyeztük a mobiltelefont.

13. kép: Mobiltelefonra telepített szögmérésre használható alkalmazás

14. kép: A pontosság érdekében egy célkeresztet is felszereltünk az eszközre

A terepgyakorlat leírása

Az eszközök elkészítésekor már ismertettem a tanulókat a feladattal. Részletes ábrát készítettünk, és a matematikai hátterét többször is átbeszéltük. A helyszínre érkezve újból felvázoltam a tanulóknak, hogy milyen feladatra vállalkozunk. A vár tetőszerkezetét 2014-ben fejezték be, és mivel a vár belülről még nem látogatható külső mérések segítségével kel meghatározzuk annak magasságát. Ennél a feladatnál is az eszközök bemutatása, a használati útmutató elengedhetetlen volt. Ahogy azt már többször is tapasztaltam a diákok minden újdonságot örömmel fogadtak. A mobil telefonos szögmérő nagy sikert aratott (sokan már az

alkalmazás letöltéséről érdeklődtek), és ez már burkoltan jelezte, hogy kellőképpen motiváltak a feladat elvégzésére.

A 2. ábrán látható matematikai fogalmak ismertek voltak. Néhány tanuló az iránt érdeklődött, hogyan számolhatják ki a tetszőleges szögek tangensét? Erre a VII. osztályos munkafüzetben lévő szögfüggvény táblázatot fogjuk használni, és a későbbiekben az Excel táblázatkezelő programot is alkalmazzuk.

15. kép: A tetőszerkezet felmérése Clinométert használatával

Miután a tanulók megfogalmazták, hogy milyen mérések elvégzésére van szükség két csoportba osztottam őket, és ígéretet tettem, hogy mindkét mérőeszközt kipróbálhatják.
Az első csoport a szögmérőt, míg a második a Clinométert használta, majd cseréltek. Természetesen itt is négy mérést végeztünk, és ezekből átlagot számítottunk. A vízszintes távolságot egy 50m hosszú mérőszalag segítségével határozták meg a tanulók. A mérési eredményeket táblázatba foglalták és ezeket az adatokat közösen feldolgozták, kiszámolták a tetőszerkezet függőleges magasságát.

16. kép: A diákok ismerkednek az átalakított szögmérővel

Az első csoport (szögmérő) méréseinek eredménye:

Mért értékek					
$m(\hat{A}1)$	$m(\hat{A}2)$	*AB (m)*	$tg(\hat{A}1)$	$tg(\hat{A}2)$	*CD (m)*
32	45	21	0,62	1	7,87
36	48	18	0,72	1,11	6,91
28	35	43,5	0,53	0,70	7,32
40	55	15	0,83	1,42	8,83

A fenti eredményekből átlagot számolva a tetőszerkezet magassága $h_2 = 7{,}72m$.

A második csoport (Clinométer) méréseinek eredménye:

Mért értékek					
$m(\hat{A}1)$	$m(\hat{A}2)$	AB (m)	$tg(\hat{A}1)$	$tg(\hat{A}2)$	CD (m)
42	55	15	0,9	1,42	7,91
30,5	44,6	19,5	0,58	0,98	7,74
38	48,2	22	0,78	1,11	7,41
15,2	26,6	41	0,27	0,50	9,39

A mobiltelefon alkalmazás szögmérése első látásra pontosnak tűnik, mivel az egy tizednyi pontossággal adja meg a szög mértéket. Az eszközt többször is kalibráltuk, és a stabilitáshoz egy háromlábú filmező állványt is felhasználtunk. A mért eredmények feldolgozás azért okozott nehézséget, mert a munkafüzetben levő táblázatban csak egész értékű szögek tangensét tudtuk kiolvasni. A mért értékeket az iskola AeL termében levő számítógépeken végezték el a tanulók az Excel táblázatkezelő programot használva. A vízszintes távolság (*AB)* mérése is nehezen ment, mert a bokros és dombos területen megnehezítette a tanulók dolgát.

A 2. csoport eredményeit átlagolva a tető magassága *8,11* méter.

A tanulók megjegyezték, hogy az utolsó mérés „kilóg a sorból". Ez elindított egy beszélgetést aminek a pontosság volt a témája. Felvetődött a kérdés, hogy mennyire pontosak az eszközeink, illetve azon is elmélkedtünk, hogy miként tudnánk pontosabb méréseket végezni. Az már a legelején kiderült, hogy a hosszúság mérésnél a nagyobb mérőszalag a pontosabb, mert a rövid mérő szalag esetében több a hibatényező. A két szögmérő esetében inkább a mobiltelefon tűnik pontosabbnak, de a kalibrálási folyamat pontatlansága miatt ez sem a legjobb. (A kalibrálást az *A.* terepgyakorlat során használt vízmértéket használtuk.)

Észrevételek és javaslatok

1. A mérésben azok a tanulók jeleskedtek, akik az elméleti hátterét a gyakorlatnak elsajátítottak. Voltak tanulók, akiket az új, érdekes mérőeszközök is csak kevés ideig motiválták. Nagyon fontos, hogy ezek a diákok hagyják dolgozni a társaikat, és minden olyan részben segítsenek, amiben képesek helytállni. Azt tapasztaltam, hogy a mérőszalagot még a gyengébb képességű tanulók is tudják használni.
2. Az 50 méteres mérőszalag felgyorsította a méréseket, és a tanulók jelezték, hogy ezzel pontosabban tudnak mérni, mint a 8 méteres szalaggal.
3. Sok időt igényelt az eredmények feldolgozása. A diákok már a mérés után szerették volna tudni, hogy az adott szögnek milyen hossz érték felel meg, de csak kevesen láttak neki a tizedes számokkal való szorzásnak.
4. Felvetődött a pontosság mérése, ami pozitívumnak számít.
5. A hibák ellenére a tanulóknak tetszett a foglalkozás, és az eredmények, ha nem is teljesen pontosak reálisnak számítanak.
6. A tanulók sikeresen összekapcsolták az elméletben tanultakat a gyakorlattal, és a mérőeszközökre már újabb alkalmazásokat javasoltak.
7. Ehhez a gyakorlathoz kevés az 1 óra, mert sokat kell számolni a mérések után.

3.2.3. Hány darab zsindely borítja a vár tetőszerkezetét?

Időpont: 2015 május
Korcsoport: VIII. osztály
Időtartam: 1 óra
Mérési eszközök: szögmérő, mobiltelefon (Clinométer), mérőszalag

Célok:

1. Tudatosítani a tanulókban, hogy a tanórán szerzett ismereteket alkalmazni tudják a hétköznapi életben.
2. A tanulók gyakorlati érzékének fejlesztése, új eszközök megismerése.
3. A tanulók tudják a mérés során gyűjtött adatokat rendszerezni, és feldolgozni.
4. A kritikus gondolkozás és önértékelés készségének a fejlesztése

Előfeltételek, ismeretek a tanulók részéről:
A tanulók ismerjék a szögfüggvényekről tanultakat, tudjanak gúla és kúp felszínt számítani

A terepgyakorlat leírása

A tanulók az elvont matematikai fogalmak világából keresik a kiutat. Nem jelent számukra kihívást pl. a szabályos 12 oldalú gúla oldalfelszínének a kiszámítása, de amikor azt kérdezem tőlük, hogy menyibe került az IKA vár befedése, akkor már felcsillan a szemük.
Ezt a problémát több oldalról is megközelíthetjük. Erre a feladatra a VIII. osztály tanulóit választottam, mivel ők már érintettek a felszínszámolás témában.
Első lépésben a tanulók „matematikai szemmel” körüljárták a várat arra a kérdésre keresve a választ, hogy milyen általuk ismert mértani alakzat illik leginkább a tetőszerkezetre. Egyet értettek abban, hogy formailag a kúp áll legközelebb.
Első ránézésre a tetőszerkezet kúp alakú, de ha jobban megvizsgáljuk, akkor egy szabályos 12 oldalú gúla. A vár lábától felfele tekintve jól láthatóak az alaplapok, és a töréspontok.
Ezen testek felszínét az alap méretei és a magasság függvényében kiszámíthatjuk.

17. kép: A tetőszerkezet egy szabályos 12 oldalú sokszögre van ráépítve.

A terepgyakorlat során a diákok két csoportban végeztek méréseket. A tetőszerkezet magasságát ez az osztály is a szögmérő illetve Clinométer segítségével végeztük, az alap szélességét kiszámítottuk annak kerületéből.

Ez a csoport is lelkesen fogadta az eszközök nyújtotta lehetőségeket. A mérések alapjául a *2. ábra* látható modell szolgált. A tanulók megállapították, hogy a födél függőleges magasságát kell lemérjék és a bástya átmérőjét.

Ez az osztály is akárcsak a VII. osztályosok több mérést végeztek, és ez alapján átlagot számoltak. A vár kerületének felmérése az 50 méter hosszú szalaggal végezték így az nem igényélt több ismétlést. A csoport tagjai a szalagot egyenlő magasságban tartva körül ölelték a várat és leolvasták a mértékét.

18. kép: A vár kerületének lemérése.

Az első csoport eredményeinek összefoglalása:

Mért értékek							
$m(\hat{A}1)$	$m(\hat{A}2)$	*AB (m)*	*Kerület (m)*	$tg(\hat{A}1)$	$tg(\hat{A}2)$	*CD (m)*	*R(m)*
44	53	16	23	0,96	1,32	5,78	3,67
30	42	19,3		0,57	0,90	6,23	
24	32	32		0,44	0,62	5,74	
18	27	38		0,32	0,50	7,01	

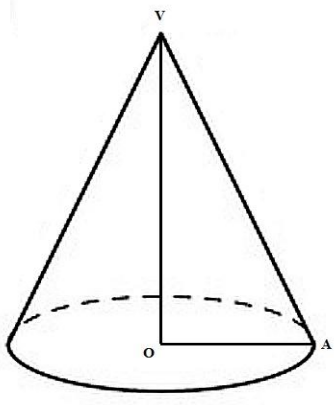
A fenti eredményeket átlagolva a födél függőleges magassága 6,1 méter. Ez kisebb mint amit a VII. osztályosok mérték, mert ott a teljes fa rész magasságát mérték a tanulók. Itt az volt a célunk, hogy a zsindellyel födött rész magasságát meghatározzuk. A bástya külső sugara 3,67 méter. Ezen a ponton fontos megemlíteni, hogy a bástyavár lentről felfele enyhén elkeskenyedik. A tanulók a bástya alsó szélesebb részen mértek kerületet. Megfigyelték azt, hogy a tetőszerkezet *0,8-1méterrel* meghaladja a felső keskenyebb részt, ami érthető is, mivel tetőszerkezetről van szó. Az esőzést követő csepegés által hagyott nyomokból arra a következtetésre jutottunk, hogy a tetőszerkezet legszélesebb része megegyezik a bástya alsó részének szélességével. Ezért a 23 méter hosszú kerületnek megfelelően *R=3,67 m* hosszúságot használjuk a továbbiakban.

A második csoport eredményeinek összefoglalása:

Mért értékek							
$m(\hat{A}1)$	$m(\hat{A}2)$	*AB (m)*	*Kerület (m)*	$tg(\hat{A}1)$	$tg(\hat{A}2)$	*CD (m)*	*R(m)*
43,5	51,2	17,4	23	0,94	1,24	5,2	3,67
31,2	43,7	18,8		0,60	0,95	6,58	
23	31,5	31		0,42447	0,6128	5,83	
17,4	26	32		0,31338	0,48773	5,57	

A fenti eredményeket átlagolva a zsindellyel födött rész függőleges magassága 5,78 méter, a bástya sugara pedig 3,67 m.

A felszínt a tanórákon jól ismert módon számolták ki a diákok, használva a mérés során gyűjtött adatokat.



$$F_p = \pi \cdot R \cdot G = \pi \cdot R \cdot \sqrt{R^2 + h^2}$$

R – a kúp sugara

G – a kúp magassága

h – a kúp magassága

A mért értékeket behelyettesítve a következő eredmények születtek:

1. **csoport:** $F_p = 3{,}14 \cdot 3{,}67 \cdot \sqrt{3{,}67^2 + 6{,}1^2} = 3{,}14 \cdot 3{,}67 \cdot = 82{,}07 m^2$
2. **csoport:** $F_p = 3{,}14 \cdot 3{,}4 \cdot \sqrt{3{,}4^2 + 5{,}78^2} = 3{,}14 \cdot 3{,}4 \cdot 6{,}7 = 78{,}94\ m^2$

Mindkét csoport eredménye reálisnak tűnik, ezek után már csak az volt a kérdés, hogy hány darab zsindely fedi a tetőt?

Ehhez felkerestük a helyi tájmúzeumot, ahol egy félig kész székelykapu tető részét közelebbről is megvizsgáltuk. Arról érdeklődtünk, hogy $1\,m^2$ nagyságú födél hány zsindelyt tartalmaz? A szakavatott személyzet elmondta, hogy ez több tényezőtől függ: lényeges a zsindely mérete (a környéken *35x10cm* méretű zsindely kapható), valamint az, hogy mekkora átfedéssel vannak azok rárakva a tetőre. Ezek után a tanulók megmérték az épülőben levő székelykapu tetejét, és ez alapján választ kaptak a kérdésükre.

19a. kép

19b. kép

A *19a.* és *19b. képen* 1m hosszú beosztásos vonalzót használtunk, és ezzel állapítottuk meg, hogy $1\,m^2$ felületre $15 \cdot 3{,}5 = 52{,}5\,db$ zsindelyre van szükség. Feltételeztük, hogy a vár befödésekor is hasonló elrendezést használtak az építők.

Ez alapján a vár tetején összesen $82{,}07 \cdot 52{,}5 = 4309\,db$ (1. csoport) illetve $78{,}94 \cdot 52{,}5 = 4144\,db$ (2.csoport) zsindely található.

A két eredményből számtani középarányost számolva azt találtuk, hogy *4227db* zsindely borítja az IKA vár tetejét.

Észrevételek és javaslatok

- A VIII. osztály tanulói kimondottan örültek, hogy a vizsgafelkészítők mellet sor került gyakorlati órára. Az elején nehézséget okozott a mérések elvégzése, de hamar beletanultak.
- A csoportmunka kapcsán azt tapasztaltam, hogy azok a tanulók is jól boldogultak, akik az órán kevésbé aktívak. A mérések és egyszerű számolások sikerélményt jelentettek számukra. A csoportok kialakításánál figyeltem arra, hogy minden csoportban legyen olyan tanuló, akinek a matematikai készségei fejlettek. Ezek a

diákok rendszerint magukhoz ragadják a kezdeményezést és a csoport hallgat rájuk.

- A magasabb osztályokban, mint pl. a VIII. osztály már kialakul egyfajta becslési készség a tanulókban. Voltak diákok, akik első látásra megmondták, hogy kb. milyen magas a vár, vagy kb. hány zsindely található rajta. Kevesen voltak viszont azok, akik a becslésüket valami ésszerű magyarázattal alátámasztották. Jó ötletnek tartom, hogy az osztályban bizonyos feladat megoldás előtt beszéljünk egy kicsit a várt eredményről. Akár egy tippversenyt is meg lehet hirdetni bizonyos feladatok megoldása előtt. Ezek gondolkodásra késztetik a diákokat, és apró jutalmazással még sikerélményben is lesz részük.
- Feladatunk célja nem a számszerű pontosság volt. Sokkal inkább arra törekedtünk, hogy a mérési folyamatból tanuljunk, és az eredményünk, nagyságrendben jól tükrözze a valóságot.
- Az eszköz választáskor azért használtunk videó állványt, mert ez stabil állapotban maradt és könnyen elforgatható, így a diákok jobban tudtak figyelni a többi részletre.
- Voltak hitetlenkedő tanulók, akik szerettek volna meggyőződni, hogy ezek a műszerek (a szögmérő és a clinométer) tényleg alkalmasok függőleges hosszúságok meghatározására. Ezért az osztály egyik önkéntesnek jelentkező tanulóját dombra állítottuk és megmértük milyen magas. Ellenőrzésképen a mérőszalaggal is megmértük a tanulót, és azt tapasztaltuk, hogy a két mérés közti eltérés „csekély” *4cm* volt.
- Ezen terepgyakorlat során értékes kérdéseket, és észrevételeket fogalmaztak meg a tanulók. Legtöbb nem kapcsolódót konkrétan magához a feladathoz, de arról árulkodott, hogy a méréssel, pontossággal kapcsolatos készségek fejlődtek a tanulókban. Mivel lehetne javítani az eredményt? Mi lenne ha másik oldalról is megvizsgálnánk? Hogyan tudjuk a szintkülönbséget kiküszöbölni a mérésünkben? Mennyire pontos ez a mérőszalag? Hogyan lehetne a szögmérő pontosságát javítani? 1 fok eltérés nagy hibának számít-e? Ilyen és hasonló kérdések fogalmazódtak meg a tanulókban. A kérdések egy részét helyben megválaszoltuk, de maradt olyan is, ami házi feladatként magukkal vittek a tanulók.

3.3. Hány kávészem van egy kiló kávéban?

Időpont: 2015 május

Korcsoport: V és VI. osztály

Időtartam: 1-1 óra

Mérési eszközök: vonalzó, A4-es lap, olló, különböző hosszúságú lécek, mérőszalag

Célok:

1. Megtapasztalni, hogy a matematika eszközeivel képesek vagyunk hétköznapi kérdésekre választ adni.
2. Tudatosítani a tanulókban, hogy az élet bármely területén találkozhatnak a matematikával.
3. A csoportmunka megismertetése és megszerettetése a tanulókkal.
4. Mérések végzés és a kapott adatok rendezése, értelmezése

Előfeltételek, ismeretek a tanulók részéről:

- A tanulók ismerjék a téglalap területének számítási képletét, és tudjanak átalakítani különböző terület illetve hosszúság mértékegységekben.
- A tanulók ismerjék a tömeg mértékegységek fogalmát, és tudjanak átalakításokat végezni.
- A tanulók tudjanak átlagot számítani

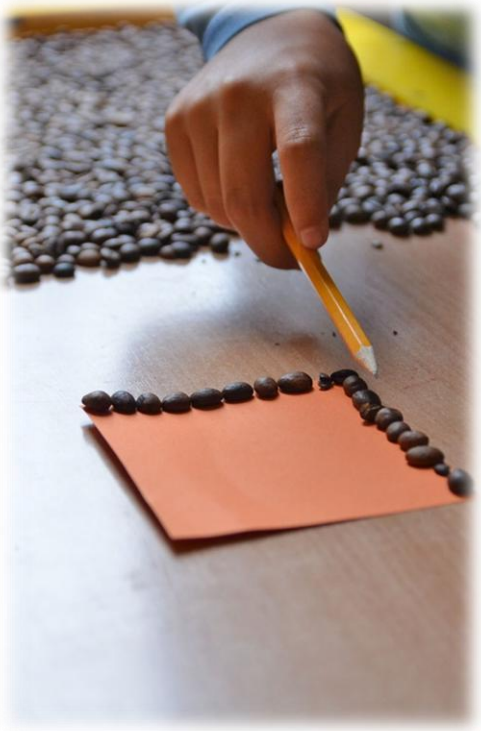
A gyakorlat leírása

Ez egy látszólag aritmetikai feladat, de az eszközök megválasztása miatt inkább egy területszámítás feladat. Az V. osztály egy erősen heterogén osztály, sok olyan tanuló van, aki hátrányos helyzetű családban él, és a legalapvetőbb matematikai készségekkel sem rendelkeznek. Sokat hiányoznak, így nehéz őket felzárkóztatni. Ebben a feladatba viszont még ők is be tudnak kapcsolódni, mert lesznek benne egyszerű összeszámolások.

- A tanulókkal egy gyors ötletbörzét tartottunk arra keresve a választ, hogyan közelítenék meg a problémát. Legtöbben azt válaszolták, hogy számoljuk meg. Ez poénnak jó volt, de nem vitt közelebb a megoldáshoz. Akadt olyan is, aki azt mondta, hogy minden tanuló vegyen egy marékkal, és az eredményeket végül adjuk össze. Ezt az eljárást megjegyeztük, és mint ellenőrző eljárást félretettük.

- Ezek után bemutattam az eszközöket, és ennek ismeretében ábrát készítettünk. A problémát a területszámítás eszközével közelítettük meg.
- A tanulókat 6 fős csoportokba osztottam, minden csoportban voltak olyanok, akik jártasak a matematikában.
- A négy csapat között találomra szétosztottam az egy kiló kávét, és átadtam az A4-es fehér papírt, egy ollót és egy beosztásos vonalzót a csapatoknak. Ezután minden csoportnak kiosztottam négy darab lécet, amelyekből különböző méretű téglalapokat alkottak a tanulók. Ezek az iskolapad tetejére helyezve megakadályoztuk, hogy a kávészemek leguruljanak az asztalról. Ez után szétterítettük a kávészemeket, vigyázva, hogy egy réteg kávé legyen mindenhol. A keret egyik oldalával párhuzamosan addig csökkentettük a felületet, amíg a kávészemek teljesen kitöltötték az asztalt.
- A tanulók az A4 papírlapból *10* hosszúságú négyzeteket vágtak ki. Ezeket a lapokat 4-4 különböző helyre becsúsztatták a kávészemek alá, és megszámolták, hogy hány kávészem található rajta (*20a.kép*).
- A beosztásos vonalzó segítségével megmérték a téglalap hosszát és szélességét, majd kiszámolták annak területét.

20a. kép: A csoport kávészemeket összegez.



20b. kép: Egy ötlet, ami felgyorsította a munkát.

- A mérés és számolás eredményeit táblázatba foglalták és kiszámoltuk, hogy kinek hány szem kávé jutott, majd az eredményeket összesítettük.

Csoportok	*N(10x10cm)*	*Keret hossza(cm)*	*Keret szélessége(cm)*
1. csoport	123 db	40 cm	18 cm
	131 db		
2. csoport	120 db	48 cm	22 cm
	121 db		
3. csoport	132 db	44 cm	26 cm
	112 db		
4. csoport	118 db	50 cm	32 cm
	124 db		

A fenti eredményeket átlagolva az 1. csoport tanulók úgy találták, hogy a *10x10cm* oldalhosszúságú négyzeten 127db kávészem található. Ezek után a tanulók kiszámították a kávéval feltöltött téglalap területét, és osztással megkapták a végeredményt.

$$N(1.cs) = \frac{T_{téglalap}}{T_{négyzet}} \cdot N(10x10cm) = \frac{40 \cdot 18}{10 \cdot 10} \cdot 127 = 914db$$

$$N(2.cs) = \frac{T_{téglalap}}{T_{négyzet}} \cdot N(10x10cm) = \frac{48 \cdot 22}{10 \cdot 10} \cdot 120{,}5 = 1272db$$

$$N(3.cs) = \frac{T_{téglalap}}{T_{négyzet}} \cdot N(10x10cm) = \frac{44 \cdot 26}{10 \cdot 10} \cdot 122 = 1395db$$

$$N(4.cs) = \frac{T_{téglalap}}{T_{négyzet}} \cdot N(10x10cm) = \frac{50 \cdot 32}{10 \cdot 10} \cdot 121 = 1936db$$

Tehát 1 kg kávéban összesen 5518 szem kávé van.

Észrevételek és javaslatok

- Nagyon sok tanuló passzívan vesz részt az iskolai tanórákon, de amikor nem megszokott feladatokkal és kérdésekkel kerülnek szembe megváltozik a tanuláshoz való viszonyuk. Azt tapasztalom, hogy érdemes a diákokat hétköznapi, kézzelfogható feladatok megoldására ösztönözni. Ennél a feladatnál a gyengébb képességű gyermekek is bekapcsolódtak, igaz, hogy többször is magyarázatra szorultak, de a végén már önállóan tudtak számolni, és ez által segítették a csoportot.
- A tanulók sok számolást végeztek el, mert arra kértem őket, hogy több mintát is vegyenek, és időnként rendezzék újra a kávészemeket. Az osztály közös táblázatába, már átlag eredményeket küldtek. Minden csoport 8 különböző mintán végzett számolást és ezeket két részben átlagolták. Volt olyan csoport ahol két tanuló végezte az átlagszámítást, a többiek meg számoltak és rendezték a mintákat.
- A tanulók nagy részét meglepte a végeredmény, ezért más módszereken is elkezdtek gondolkodni. Egy következő alkalommal egy digitális mérleg segítségével meggyőződtünk, hogy az eredményünk megfelel a valóságnak. Mérést végeztünk, és azt találtuk, hogy 200db kávészem tömege 35g. A tanulók kiszámolták, hogy ennek megfelelően 1kg kávéban megközelítőleg 5714db kávészem van.
- A feladat egyik fő hiányossága, az volt, hogy a kávészemek elrendezésekor a keret lefödöttsége nem tökéletes. Mivel terület alapú számításról van szó igen jelentős lehet a hiba, ha nem elég sűrűn rendezzük a kávészemeket. Erre a problémára az egyik tanuló hívta fel a társai figyelmét. Ez a probléma rávilágított arra, hogy ez a modell javításra szorul.
- Az egyik csapat úgy ellenőrizte az eredményét, hogy a négyzet alakú papírlap két oldalára felrakott kávészemek számát összeszorozták (*20.kép*). Az így kapott eredmény nem mutatott nagy eltérést a számolt eredményekkel. Arra a következtetésre jutottak, hogy akár nagyobb felület esetén is alkalmazni lehet ezt az elképzelést.
- Ezzel a feladattal sikerült a tanulók számára letisztázni, hogy bizonyos fizikai mennyiségek között van átjárás (tömeg, terület). Az is nyilvánvalóvá vált számukra, hogy az átlagszámítás és a mértan órákon tanult területszámítás jól megfér egymás mellett.

- Összességében a tanulók elégedettek voltak a tanultakkal, és arra kértek végezzünk még hasonló feladatokat
- Ez a feladat tovább vihető, és búza, rizs vagy akár cukor szemekkel is elvégezhető.
- A mérőeszköztárunkat egy nagypontosságú digitális mérleggel bővítve olyan feladatokat alkothatunk, ami kisebb mennyiségek esetén a fenti modellt alkalmazva rövid időn belül eredményt hoz. Ha pl. 10g búzát kimérünk akkor a fenti eszközökkel rövid időn belül eredményt tudnak mondani a tanulók. Utána pedig egyszerű szorzással felelni tudnak arra a kérdésre is, hogy „Hány szem búza található egy zsák búzában?”.

3.5. Elférne-e Csernáton lakossága a futballpályán?

Időpont: 2015 június

Korcsoport: VII. osztály

Időtartam: 2 óra

Mérési eszközök: mérőszalag, szögmérő, állvány, 2m hosszúságú bot.

Célok:

1. Tudatosítani a tanulókban, hogy a tanórán szerzett ismereteket alkalmazni tudják a hétköznapi életben.
2. A tanulók területszámítási készségeinek fejlesztése
3. A becslés készség fejlesztése a tanulókban
4. Megtapasztalni, hogy a matematika eszközeivel képesek vagyunk hétköznapi kérdésekre választ adni, és azt alá is támasztani.

Előfeltételek, ismeretek a tanulók részéről:

Területszámítási ismeretek, hosszúság mérés, szögmérés és átlagszámítás valamint az Excel táblázatkezelő program ismerete.

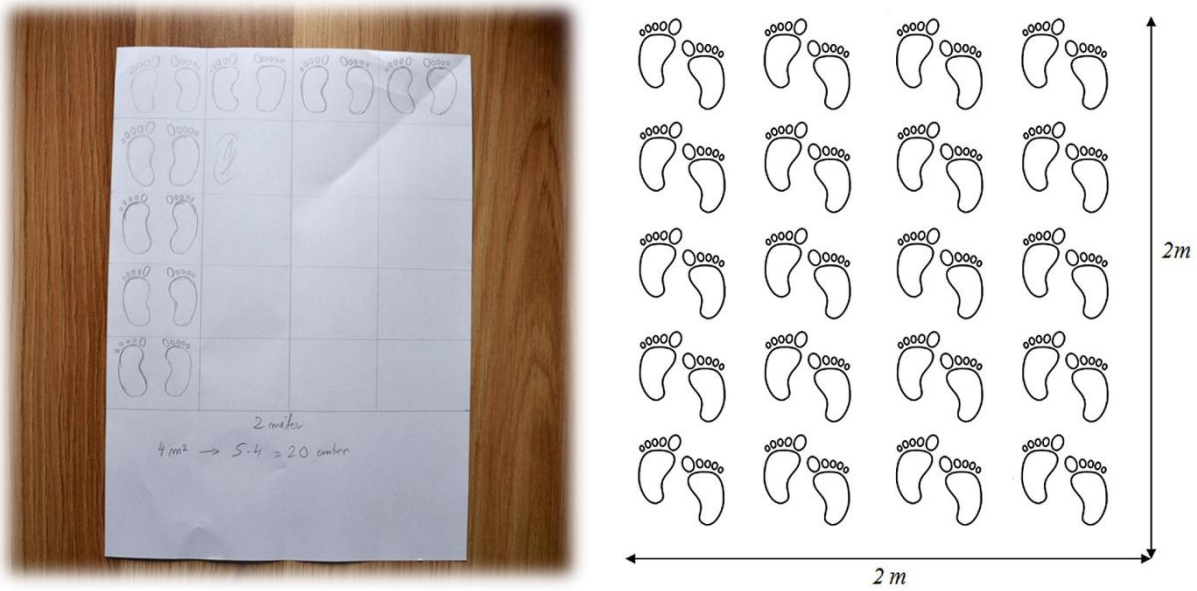
A terepgyakorlat leírása

Ennek a feladatnak a címében szereplő kérdésre a diákok nagy része *nem*-mel válaszol, de alig akad köztük egy-két olyan, aki a válaszát megindokolná. Ugyanez a helyzet azokkal a tanulókkal is, akik *igen* választ adnak a kérdésre. Látszólag nem hozza őket lázba a kérdés, mert ott van a háttérben az a tény, hogy soha nem megy ki az egész falú a focipályára. Miért is mennének? Tanárként úgy érzem mégis érdemes ilyen formában tálalni a feladatot, mert ha azt kérdeznénk „Elfér-e 4000 ember egy átlagos futballpályán?” bizony csak az osztály éltanulói akarnának rá válaszolni.

Erre a feladatra a VI. osztályos tanulókat választottam. A kérdés megvitatását az iskolában kezdtük el. Először kisebb feladat formájában. Arra voltunk kíváncsiak, hogy az iskola legkiesebb helyiségébe, hány embert lehet úgy elhelyezni, hogy azok még kényelmesen tudjanak állni. Erre a célra a könyvtárat választottuk. (Megj. a könyvtár régen egy iroda helyiség volt. Ma könyvespolcok és szekrények teszik ki a nagy részét. A terem szabadon maradt része kevesebb, mint 4 négyzetméter. Az iskola diákjai könyveket kölcsönözni járnak oda, más célra nem használható.)

A tanulókat 3 csoportra osztottam, és arra kértem, hogy ötleteket keressenek erre a problémára. Lehetőleg olyan eszközöket keressenek, ami később kiterjeszthető, és sikeresen alkalmazható a „nagy” kérdés megválaszolására.

Az első csoport miután szemügyre vette a helyiséget, egy mérőrúd segítségével méréseket végzett. Kis idő múlva készen álltak a válasszal: Megállapították, hogy 20 ember fér be a könyvtárba. Indoklásképen a következő ábrát mutatták be:



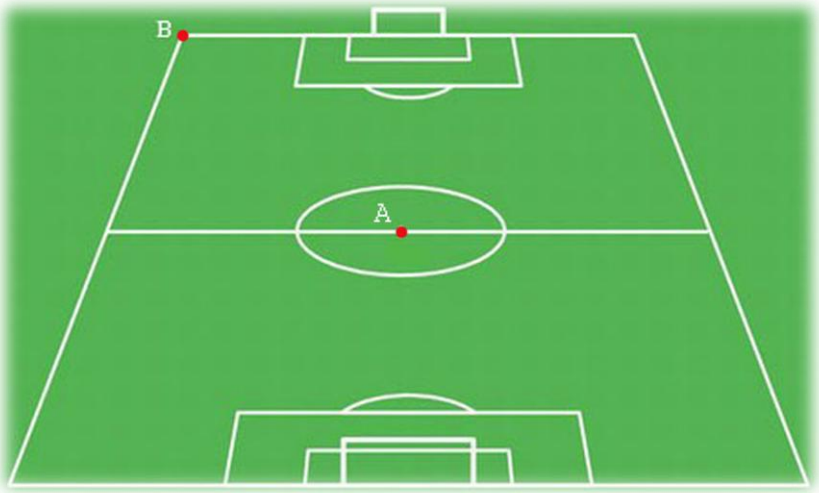
18. kép: A tanulók által készített ábra és annak a számítógépen elkészített másа

A következőkben a tanulók az osztály egyik szabad sarkában kialakítottak egy olyan négyzetet, amelynek oldaléle *1m* volt. Ez után sorba beálltak a diákok az így kialakított keretbe. Azt tapasztaltuk, hogy 6 diák kényelmesen befér, de 9 már sok.
Összevetve ezt az első csoport eredményével azt tapasztaltuk, hogy a két kísérlet eredménye összhangban van egymással.
Tehát a két kísérlet az mutatta, hogy $5-6 ember/m^2$ lenne az a szám ami megfelel a valóságnak. Mivel a feladat megfogalmazásánál azt mondtuk, hogy kényelmesen elférjenek az emberek, ezért az $5 ember/m^2$ eredményt fogjuk a továbbiakban használni.

A gyakorlat második felét a futballpályán folytattuk, útközben azt is elmondtuk, hogy Csernáton község népessége a 2011-es népszámláláson 3978 fő volt. Azt szeretnénk tudni, hogy egy „népgyűlés” megszervezésére alkalmas lenne-e a helyi focipálya.

Ehhez az említett pálya területét fogjuk felmérni.

A tanulók már kutakodtak az interneten, hogy megtudják mekkora egy standard méretű focipálya. Meglepődtek, hogy erre nincs egészen pontos leírás, ugyanis a FIFA előírásában a következőt olvashatjuk: *„A játéktér hossza 90-120 méter lehet – két egyenlő méretű térfélre osztva – nemzetközi mérkőzésen ez a méret 100-110 méterre változik. Szélessége 45-90 méter, nemzetközi mérkőzésen 64-75 méter."*[9] A végleges eredményt a mérésünk fogja szolgáltatni. Az érdekesség kedvéért mérésünket nem direkt módon (mérőszalaggal) végezzük, hanem a *3.2.3* részben bemutatott szögmérőt fogjuk használni.
A méréseket csoportokban végeztük következő lépések szerint:



3. ábra: A pirossal jelzett pontokból végeztünk szögmérést

1. Mérőszalaggal megmértük a futballkapu magasságát.
2. A felezővonal közepétől (*A pont*) megmértük, hogy hány fok alatt látszik a kapufa teteje.
3. A szögletzászlótól (*B pont*) megmértük, hogy hány fok alatt látszik a kapufa teteje.
4. Egyszerű hármasszabályt használva kiszámoltuk a pálya félhosszúságát.
5. Egyszerű hármasszabállyal kiszámoltuk a szögletzászló és a kapufa közti távolságot.
6. A 4. és 5. pontokban kapott eredményekből meghatároztuk a pálya hosszúságát és szélességét.

[9] http://lorentin.blogspot.ro/2012/01/focipalya-merete.html (letöltve 2015.06.01)

Mérések száma	Felső kapufa magassága (m)	Felsőkapufa szöge az *A pont*-ból mérve (fok)	Felsőkapufa szöge a *B pont*-ból mérve (fok)
1.	2,5m	2°	6°
2.	2,5m	3°	6°
3.	2,5m	3°	6°
4.	2,5m	2°	6°

A méréseket minden csoport többször megismételte, és ezek átlagából számoltunk végeredményt.

19. kép: A csoport előkészíti az eszközöket a mérésre

A továbbiakban jelöljük a pálya hosszát *a*-val, szélességét pedig *b*-vel.

$$tg(\hat{A}) = \frac{2,5}{a/2} \Rightarrow a = 2,5 \cdot tg(\hat{A}) \cdot 2 = 2,5 \cdot tg(2,5°) \cdot 2 = 114\ m$$

$$tg(\hat{B}) = \frac{2,5}{b'} \Rightarrow b = 2,5 \cdot tg(\hat{B}) = 2,5 \cdot tg(6°) = 23,5\ m \Rightarrow b = 2 \cdot b' + 9m = 2 \cdot 23,5 + 9 = 56\ m$$

Tehát a pálya területe: $T = a \cdot b = 114 * 56 = 6384 m^2$, ez azt jelenti, hogy ekkora területen kényelmesen elfér $6384 * 5 = 31\ 125$ ember. Ez a szám pedig a falu lakosságának közel a nyolcszorosa.

Észrevételek és javaslatok

- A probléma felvetés akárcsak a kávészemes gyakorlatnál jó választásnak bizonyult. Az osztály minden tanulója kíváncsian várta a végeredményt.
- A feladat első részét nagyon hamar megoldották a tanulók, jó ötletekkel álltak elő, amikor a négyzetméterre eső emberek számát kellett felbecsülni.
- A futballpályán tett látogatás újabb lendületet adott az osztálynak.

- Nehézséget a mérés során az okozta, hogy nagyon kicsi szögeket kellett mérni, és fen állt a veszélye annak, hogy hibás lesz az eredmény. Amíg az egyik csoport dolgozott a másik csoport tagjai lépéssel megmérték a vonalak mentén a játékteret.
- A számolásokat a tangens értékek miatt csak az iskolában tudtuk elvégezni, a jövőben ezt terepen szeretnénk megoldani, mert a tanulók helyben akarnak választ kapni a méréseikből.

4. Következtetések

Egy terepgyakorlat tapasztalatait nehéz összegezni pár mondatban, konkrétumokra szorítkozva, mert a nevelés szempontjából számos olyan rezdülés volt észlelhető, ami a jövőben megfelelő talaj lehet diákjaink előrehaladásában.

Viszont öröm volt látni, ahogyan közösen kiléphettünk a sablonos matematika órákról és egy egészen újfajta „matekvilág" nyílt meg előttünk. Valamilyen szinten a gyermekeknek komfortzónát jelent egy osztályterem, egy négyzethálós füzet, a megszokott radír és ceruza. Mindezeket elhagyva az volt az észrevételem, hogy szabaddá teszi őket a kilépés. Szabadabban, nyitottabban gondolkodtak, majdnem minden esetben születtek új ötletek. Még azokban az esetekben is, ha az osztálytermet nem hagytuk el, az új eszközök, újfajta elgondolások teret adtak ennek a szabadságnak, ami elengedhetetlen volt.

Fontos volt, hogy a feladatok elvégzésekor meglegyen az ehhez szükséges hangulat is, amit például az ötödik osztályban a kávészemekkel való gyakorlatban a finom kávéillat biztosított.

A tapasztalatom ebben az osztályban az volt, hogy még mielőtt bármiféle számvetés történt volna a fejükben, rögtön rávágtak egy számot. Pl. százezer, vagy egy millió, nyílván a cél az volt, hogy egymást felül licitálják. Az mikor már nagyon elvetették a sulykot, kezdtek gondolkodni, hogy a felvetések közül mi az, ami reális. Itt születtek meg az első jó gondolatok, miszerint elkezdték valamihez viszonyítani a kávészemek mennyiségét. Hamar rájöttek, hogy szükség van néhány meglévő ismeretre. Például: területszámításra, átlagszámításra, tömegszámításra stb.

A gyermekek egytől egyig részt vettek a tevékenységben, mindenki kíváncsi volt a válaszra, türelmetlenül végezték a feladatot, miután rávezettem őket a megoldásra.

A gyakorlatot követő néhány órában próbáltak hasonlóan eljárni a különböző helyzetekben, egyértelműen látszott, hogy egy logikus síkot nyitott meg előttük ez a matematika óra.

A hatodik osztályban ugyanez a feladatra teljesen másképp reagáltak, ők már nem licitáltak, inkább kezdtek gondolkodni azon miképpen lehet utána járni az eredménynek.

Fejlődést láttam abban, ahogyan egymás ötletein felbuzdultak és elemezgetni kezdték azokat.

Nagyon jó volt, hogy a csoporton belül mindenki megtalálta a számára megfelelő helyet, még azok is, akik máskor nem nagyon jutottak szóhoz. Egymás elfogadása által nagyon sok tolerancia érződött, olyanfajta, amit felnőttként nem mindig tapasztalhatunk.

A hetedik osztályban izgalmasan alakult a tevékenység, mivel egy teljesen iskolamentes övezetbe mentünk, amit bár előzetesen már ismertek, most egy másik szemszögből is reflektorfénybe került a vár.

Ami az eszközökhöz való viszonyulásukat illeti, a derékszögű vonalzó, a szögmérő nem volt túl nagy újdonság, mivel az iskolában már találkoztak hasonló eszközökkel, a mobiltelefonos alkalmazás annál inkább tetszett nekik, érezhető volt, hogy egy olyan terület ez az életükben, amiben otthonosan mozognak. Ez azt is feltételezi, hogy egy ilyen alkalmazást még a kevés motivációval rendelkező diák is szívesen letölt a telefonjára, csupán azért is, mert a számára legfontosabb eszközre van hozzá szükség.

A vár magasságát sokan megközelítették bármilyen előzetes mérés nélkül, de örömmel vettek részt a kutatásban, ahol kiderült, jó irányba indultak el már a legelején, csupán egy művelet hiányzott, amit meg kellett közösen fejtsünk. Itt is az előbbiekhez hasonlóan, észrevehető volt, hogy teljesen másképp hat egy ilyen feladat a gyermekekre, mint egy átlagos matek-példa, ami valahol nagyon távoli is számukra és nagyon fontosnak látták a telefonos alkalmazás beszerzésénél a telefonhasználati tudásukat, amit végre „értelmesen” is felhasználhattak.

A nyolcadik osztályban a feladat nehéznek tűnt, alapból rávágták, hogy ez túl bonyolult ahhoz, hogy megoldják, de az eszközök láttán kedvet kaptak és elhatározták, hogy megfejtik.

A legügyesebb diák véleményén elindulva, közösen körvonalazták az egyszerűnek kicsit sem tűnő megoldást, jó volt látni, hogy a nehézségek ellenére nem adják fel, mert tudják, hogy valahol megvan rá a megoldás.

A zsindely mérete segítségnek tűnt az első felvetésben, de ismét vissza kellett térni a már meglévő elméleti ismeretekhez, ami kisebb nagyobb hiányosságokkal meg is hozta a végeredményt. A múzeumlátogatás más kérdéseket is felvetett, pl. Hány zsindely kell egy ház befödéséhez? S miután az IKA vár gyakorlatot megoldottuk, máris gondolkodtak, hogy melyik házat fogják ugyanígy felmérni, s próbáltak találgatni saját házaikkal kapcsolatosan is.

Minden feladatban talán az volt a nagyszerű, ahogyan kapu nyílt egy tengerre, amit fel lehet fedezni. Majdnem minden következtetéshez egy újabb lehetőséget kötöttek, s ebben meglátták a matematika gyakorlati értelmét is, ami eddig az alapműveleteken túl érthetetlen volt számukra. Mindezek mellett fejlődött a gyakorlati érzékük, becslési készségük, különbséget tudtak tenni jó és rossz mérések között (ami addig nem volt jellemző), tudták alkalmazni az

elméleti tudásukat, amit az előző években szereztek, fejlődött a kritikus gondolkodásuk, megtanultak kérdezni és nem utolsó sorban a csoportban való munkában láttam változásokat.

A gyakorlatok alatt sikerült azt is felmérni, hogy a kíváncsiság-vezérelt matematika oktatáshoz melyek azok az alapfeltételek, amire kétségkívül szükség van és, hogy miként lehet ebben fejlődni, újabb feladatokat kitalálni.

Fontosnak tartom a nyitottságot az oktatók részéről, legalább annyira, amennyire ezt a diákoktól láttam annak érdekében, hogy jelentős eredményeket érjünk el.

A kimagasló eredményekhez nyílván több időre, erőfeszítésre van szükség, viszont ami biztos, hogy a gyermekek ma is nyitottak és képesek befogadni mindazt, amit mi át akarunk nekik adni, s ami lényegesen javíthatja, jó irányba terelheti életüket.

5. További elképzelések

A tanulók értékelik a változatosságot, és ez nyitottá teszi őket új ismeretek, új tudás megszerzésében. A terepgyakorlat során egy sor új feladat megfogalmazódót bennünk, amelyekre a jövőben időt és helyet fogunk találni:

1. Hány köbméter követ használtak fel az IKA vár építésekor, és mennyi ideig tartott az építése?
2. Orbán Balázs, Székelyföld leírása könyvében említést tesz az IKA várról, amelyben érdekesnek tűnő mértékegységekben adja meg a vár méreteit. *„E torony (lásd alaprajzát) kerek; aljától kifelé hasasodó, s közepe tájatt összébb húzódik, míg felső része újból csuporszerű kidomborodással bir. Kerülete alatt 12° 3', magassága 8–9°, de ennél jóval magasabb volt eredetileg, mert felső része 1802-ben egy földingás alkalmával leomlott; azelőtt mint mondják 12° magas volt. Belvilágának átmérője 1° 4' 8", falvastagsága 1°.”*[10]

Ezt a „titkot” szeretnénk megfejteni, valamint azt, hogy honnan végezte a méréseket és milyen eszközzel?

3. Mennyi vizet fogyaszt el Csernáton lakossága a központi vízhálózatból?

A becslés területén szerzett tapasztalatokat átvisszük a statisztika világába. Statisztikai modellt fogunk készíteni és elvégezzük a szükséges méréseket, majd eredményt számolunk.

[10] Orbán Balázs: A Székelyföld leírása (XVI. fejezet)

Melléklet

Az alábbiakban felsorolt feladatokhoz rendelt képek és grafikák, segítik a gyermekeket azok megértésében, ezáltal a feladatmegoldás hatékonyabban történik.

1. *Feladat*

Egy szállodában 3 és 4 ágyas szobák vannak, összesen 8 szoba 27 férőhellyel. Hány 3 ágyas szoba van?

2. *Feladat*

Egy osztály tanulói futballcsapatot szerveznek. Háromnak Szakács a családneve, négynek Orbán, kettőnek Bodosi, kettőnek Godra. Négy tanulónak Árpád a keresztneve, háromnak István, a másik háromnak pedig András. Hogy hívják a játékosokat, ha a középcsatár keresztneve György, a kapusé pedig Godra István? Nincs két egyforma játékos!

3. *Feladat*

Ha egy kerékpár kereke 1 másodperc alatt ötöt fordul, és 5 másodperc alatt 50 métret tesz meg, akkor hányszor fordul körbe 1200 méteren?

4. *Feladat*

Megy a molnár a malomba. Szembejön vele 4 asszony. Mindegyiknél 3 zsák. Mindegyikben 3 macska. Mindegyiknek 3 kölyke. Hányan mennek a malomba?

5. *Feladat*

Ha 2 indián 2 perc alatt 2 nyilat lő ki, akkor 10 indián 10 perc alatt hány nyilat fog kilőni, ha ugyanolyan sebességgel és kedvel lövöldöznek?

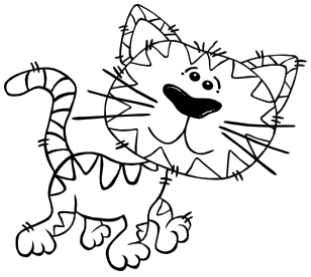
6. *Feladat*

Hány ribizlibokorra lenne szükségünk, ha egy *36 m* hosszú és *18 m* széles területet akarnánk beültetni, és minden m^2 -re jutna egy ribizlibokor?

7. *Feladat*

Egy téglalap alakú sátortábor kerítése mentén legkevesebb hány őrt kell állítani ahhoz, hogy a tábor mind négy oldalán három őr álljon?

8. *Feladat*

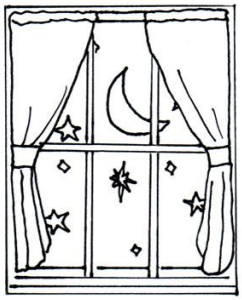


Ha 4 cica 5 perc alatt 4 dl tejet iszik meg, hány perc alatt fogyaszt el 12 cica 12 dl tejet, ha ugyanolyan étvággyal, egyszerre kezdve és folyamatosan esznek?

9. Feladat

Tudjuk, hogy januárban pontosan 4 vasárnap és négy csütörtök van. A hét melyik napjára esik január elseje? (Tudjuk, hogy januárban 31 nap van!)

10. Feladat



Egy ablak magassága *1m* és *8dm,* szélessége *1m* és *2dm.* Mennyi az ablak területe?

11. Feladat

Négy hajó megy a tengeren. Minden hajó pontosan 100m-re van mindegyik másik hajótól. Az egyik egy cirkáló, a másik egy romboló a harmadik meg egy őrnaszád. Milyen a negyedik hajó?

Irodalomjegyzék

1. Az SI mértékegységekről- Moldoványi Gyula (Műszaki Könyvkiadó, 1980, Budapest)
2. Hogyan oldjunk meg aritmetikai feladatokat?- Tuzson Zoltán (Ábel Kiadó,2005, Kolozsvár)
3. Kooperatív tanulás - Spencer Kagan (Ökonet Kft Kiadó, 2001, Budapest)
4. Matematikai módszerek a természettudományokban- Pólya György (Gondolat Könyvkiadó, Budapest, 1984)
5. Mathematics, measurement and psychophysics. In S.S. Stevens (Ed.), Handbook of experimental psychology (1–49 old.) New York: Wiley, 1951.
6. Mérések elmélete és módszertana a matematika tanításában - Dr. Török Tamás (Calibra Kiadó, Budapest, 2012)
7. Valóságközeli matematika - Ambrus Gabriella (Műszaki tankönyvkiadó, 2007, Budapest)

Az internetről felhasznált anyagok jegyzéke

1. http://etananyag.ttk.elte.hu/FiLeS/downloads/EJ-Angyal_Kornyezettud-i_terepgyakorlat.pdf - Környezettudományi terepgyakorlat (letöltve 2015.05.12)
2. http://lorentin.blogspot.ro/2012/01/focipalya-merete.html - A focipálya mérete (letöltve 2015.06.01)
3. http://www.rieth.hu/Gyermekkor/Cserkeszet.htm (letöltve 2015.06.02)
4. https://hu.wikipedia.org/wiki/Bay_Zoltán - Bay Zoltán élete és munkássága (letöltve 2015.05.02)
5. https://hu.wikipedia.org/wiki/Mérési_skálák - Mérési skálák (letöltve 2015.05.28)
6. https://hu.wikipedia.org/wiki/Méter - A méterrendszer és etalon története (letöltve 2015.05.02)

DECLARAŢIE DE AUTENTICITATE PE PROPRIE RĂSPUNDERE

Subsemnatul **Virág István**, înscris la examenul pentru obţinerea Gradului didactic I, seria 2014 – 2016, specializarea Matematică, prin prezenta, certific că lucrarea metodico-ştiinţifică cu titlul ***Matematică în viața cotidiană prin metode bazate pe investigări și curiozitate***, conducător ştiinţific **Conf. Dr. András Szilárd** este rezultatul propriilor mele activităţi de investigare teoretică şi aplicativă şi prezintă rezultatele personale obţinute în activitatea mea didactică.

În realizarea lucrării am studiat doar surse bibliografice consemnate în lista bibliografică, iar preluările din diferitele surse, inclusiv din alte lucrări personale, au fost citate în lucrare.

Prezenta lucrare nu a mai fost utilizată în alte contexte evaluative – examene sau concursuri.

Data: _____ Semnătura: _____