BABEŞ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM

MATEMATIKA ÉS INFORMATIKA KAR

KOLOZSVÁR

MÓDSZERTANI - TUDOMÁNYOS DOLGOZAT

AZ I. DIDAKTIKAI FOKOZAT MEGSZERZÉSÉÉRT

TEREPGYAKORLATOK MATEMATIKA ÓRÁN

Témavezető tanár:

Dr. András Szilárd

Továbbképzős tanár:

Antal (Csender) Zsuzsánna

Kriza János Általános Iskola

Kápolnásfalu

Kolozsvár

2013-2015

UNIVERSITATEA „BABEŞ-BOLYAI” CLUJ-NAPOCA

DEPARTAMENTUL PENTRU PREGĂTIREA PERSONALULUI DIDACTIC

FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

LUCRARE METODICO-ŞTIINŢIFICĂ

PENTRU OBŢINEREA GRADULUI DIDACTIC I

POSIBILITĂŢI DE APLICARE PE TEREN A CUNOŞTINŢELOR DOBÂNDITE LA ORA DE MATEMATICĂ

Coordonator ştiinţific: **Conf. dr. András Szilárd**

Candidat: **Antal J. Zsuzsánna (căs. Csender)**

Cluj-Napoca

Seria 2013-2015

Tartalomjegyzék

Indoklás

„Mondd el, és elfelejtem,

Tanítsd meg, és emlékezem rá,

Lehessek részese, és megtanulom."

(Kínai bölcsesség)

A matematika nemcsak egy tantárgy, amelynek révén a gyermek megtanul számolni, ismeretekre tesz szert, hanem közvetett úton a jövőjét is megalapozhatja. Megszerezheti a váratlan, új problémák kezelésének képességét, vagyis egy nyílt, kreatív gondolkodó egyénné válhat.

Tanárként érzékeljük, hogy bár ez a cél egyszerűen hangzik, a megvalósításnál számos akadályba ütközünk. A felső tagozaton úgy tűnik, mintha számos diákból eltűnne az óvodás korra jellemző őszinte tudásszomj, kreativitása lankadna, „unszolni kell a gyereket". Ennek legfőbb oka, hogy nincs meg a motiváció, ami nélkül nem jöhet létre értékes tanulás.

Szerencsés esetben a gyermek rendelkezik belső motivációval, amit megadhat a család, egy példakép, esetleg egy versenytárs vagy egy kitűzött cél, de nagyon sok gyerekben csak akkor tud kialakulni belső motiváció, ha először külső segítséget kap, amit a tanár tud megadni. Tehát a feladatunk kettős, a belső motivációval rendelkező gyermek érdeklődését szinten kell tartanunk és a nehézséggel küzdőkben létre kell hoznunk.

A tanulást segítő motiváló erő lehet: ha a gyermek változatos problémákkal szembesül, ha megtapasztalja, hogy az ő elképzelése meghallgatásra talál, érzékeli, hogy a kérdései beépülnek a tanórák anyagába, ha egy tanulási folyamatnak ő is részese, ha a feladat összekapcsolódik a hétköznapi élettel.

Miért választottam ezt a témát?

A mai diákság őszintén kinyilvánítja véleményét, bátran kérdez. Több alkalommal megkérdezték tőlem: „De tanárnő, a hétköznapi életben én ezt hol fogom használni?". Ez egy ártatlan kérdésnek is tűnhet, de alapvetően elégedetlenség, tanácstalanság és elutasítás van mögötte: „Már megint tömik a fejem valami haszontalansággal". Volt, amikor részletesebb választ kaptak a gyerekek, volt, hogy nagyon rövidet. Egy biztos, hosszú távon egyik sem volt kielégítő. A tanórákon bemutatott alkalmazások, érdekes, hétköznapi élethez kapcsolódó feladatok nem hozták meg a megfelelő eredményt.

Ezért örültem, amikor 2012-ben bevezette a tanügyminisztérium az „Iskola másként programot”. Tudtam, hogy így rendelkezésemre fog állni egy egész hét, arra, hogy a diákoknak bemutathassam a matematikának egy másik arculatát, ami teljesen gyakorlatias. A foglalkozások során a gyermekek aktív részesei lehetnek a matematika alkalmazásainak, egy kötetlenebb, barátságosabb formában igazi munkatársi viszony alakulhat ki köztünk.

Célként tűztem ki, hogy a megvalósíthatóság határain belül (Kápolnásfalu szűk környezetében, különösebb anyagi ráfordítás nélkül), minél több olyan szakmát, alkalmazási területet mutatok be a gyermekeknek, amelyek matematikai tudást igényelnek. Így lett a dolgozatom címe: **Terepgyakorlatok matematika órán.**

A terepgyakorlatok matematikai gerincét távolság- és magasságmérések, szögmérés és területszámítások, térfogatszámítások, mértékegységekkel való „játékok”, százalékszámítás és diagramok rajzolása adja.

1. A matematikatanítás szerepéről…

„A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.”[1]

Csek Katalin az ELTE Óvóképző Főiskola tanára nagyon tömören összefoglalta, hogy a matematika oktatása hányféle feladatot kell, hogy ellásson.

Először is **„kultúrtörténeti örökség”**, vagyis a gyermekek látókörének tágítása céljából nem árt, ha bemutatjuk nekik, hogy milyen szükségszerűségek révén születtek matematikai fogalmak, törvényszerűségek. A mai kor gyermekeinek is hallaniuk kell a nagy matematikusokról, mint például a Bolyaiakról, stb.

„Gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; önálló tudomány” - ahhoz, hogy a gyermekekben megszülessenek ezek a készségek, képességek, egy jól szervezett, a tanulói kíváncsiságra épülő, heurisztikus oktatásban kell őket részesíteni. Változatos feladatokkal találkozva fejlődik a kreativitásuk, megtanulnak rendszerezni, modelleket alkotni. Az évek során megismerik a matematika struktúráját, szabályszerűségeit és ezek alkalmazását is elsajátítják. Ha teret kaphatnak az egyéni megoldások, sikerélményhez jutva a gyermek tényleg megtapasztalja a gondolkodás örömét.

„Struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője” - bemutatásra kerülhet a matematika és a különböző művészeti ágak közti kapcsolat.

„Más tudományok segítője” - a természettudományok tanulmányozása során megtapasztalják a gyermekek, hogy gyakran szükségük lesz a matematikai alapfogalmakra, számításokra, gondolkodásmódra.

„A mindennapi élet része és a szakmák eszköze” - a matematikai szövegek értelmezése és rendszerezése, önálló feladatmegoldások révén a gyermekek olyan készségekre tesznek szert, amelyeket később a hétköznapi életben is alkalmazhatóak lesznek. A tanulási folyamatot segíthetjük, hitelesebbé tehetjük, ha megismertetünk velük számos olyan szakmát, amelyeknek alapja a matematika gyakorlati alkalmazásai.

---

[1] http://gyakorlo.atfk.nyme.hu/fileadmin/dokumentumok/oveges/Matematika_1-4_.pdf, (letöltve 01.08.2014)

2. A matematika terepgyakorlat fontosságáról…

Biológia, földrajz, fizika órákon szinte természetes, hogy a diákokat kiviszik a természetbe, ott végeznek megfigyeléseket, méréseket. Ezekhez a tárgyakhoz kapcsolódóan számos terepgyakorlat programja kidolgozásra került. *(például az ELTE TTK tanári közösségének munkája, 2012 stb.)*[2]

Annak ellenére, hogy tisztában vagyunk a matematika gyakorlati alkalmazási területeivel, mi, matematika tanárok ritkábban folyamodunk ehhez a lehetőséghez, legjobb esetben a modellezés módszerét alkalmazzuk az óráinkon, ha szeretnénk valóságközelivé tenni egy témát. Gyakran megelégszünk a valós életről szóló szöveges feladatokkal. Pedig a gyermek nagyon szeret elszakadni az iskolapadtól, örül, ha szabadban lehet és nem terheli a „kötelező megtanulni" probléma. Ezért úgy gondolom, érdemes néhány alkalommal a hagyományos tanítási folyamatba beiktatni egy-egy terepgyakorlatot. Hosszú távon célravezetőbb, ha nem mindig a racionalitást igénylő, koncentráción alapuló ismeretszerzés a célunk, hanem időnként lehetőséget biztosítunk, hogy a gyermek érzékszervei és a lelke is előtérbe kerülhessen, élményekhez juttassuk őket.

Természetesen ezek a terepgyakorlatok semmiképpen nem vehetik át a jól felépített matematikaoktatás szerepét, de mindenképpen egy színfoltot jelenthetnek a gyermek életében, amely esetenként még a pályaválasztásukat is befolyásolhatja.

2.1. A terepgyakorlatok célja

- Kapcsolatot létrehozni az elmélet és a gyakorlat között, azaz a tanórákon tanult fogalmak alkalmazási területének bemutatása, megtapasztalása.
- Betekintést szerezni olyan szakmákba, amelynek alappillére a matematika (pl. földmérés, asztalosság, üzleti-banki szféra, meteorológia).
- Lehetőség szerint ismertetni a szakmához kapcsolódó szaknyelvet, szerszámokat, a gyermek fejlettségi szintjének megfelelően.
- Az illető szakma fontosságának és előnyeinek ismertetése mellett felfedni a benne rejlő nehézségeket is.

[2] http://etananyag.ttk.elte.hu/FiLeS/downloads/EJ-Angyal_Kornyezettud-i_terepgyakorlat.pdf

(letöltve 26.03.2014.)

- Bizonyos szakmákhoz kapcsolódó tevékenységek kézzel foghatóvá tétele (egyszerűbb terepi mérések és számítások elvégzése a realitásnak megfelelve).
- A terepgyakorlat végére a gyermek készítsen el egy előre jól meghatározott „végterméket”.
- Tapasztalja meg, hogy a legkevésbé várt területeken is felbukkanhat a matematika (pl. népmesékben).
- Közösségformálás, az egymásra utaltság élményének megélése (az adatgyűjtés és feldolgozás legtöbbször csoportban történik).
- Az örömteli munkavégzés megtapasztalása.
- Szemléletformálás.

2.2. A terepgyakorlat a tananyaghoz, az előírt kompetenciákhoz és tartalmakhoz kell, hogy igazodjon

Az általam választott témák évfolyam szerint a következő módon illeszkednek az iskolai programhoz:

	Évfolyam:	**A terepgyakorlat megnevezése:**	**A programban előírt tartalom:**
1.	V. osztály	A tudatos vásárló	3. Törtek, arány, százalék Műveletek tizedes törtekkel 4. Mértékegységek
2.	V. osztály	Könyvtárlátogatás: Régi mértékegységek a magyar népmesékben	4.A hosszúság és kerület, terület, tömeg, űrtartalom mértékegységei
3.	VI. osztály	Banklátogatás: A szerződéskötés alapjai	3. Arány, százalék
4.	VII. osztály	Magasságmérés, távolságmérés	2. A háromszögek hasonlósága 3. Metrikus összefüggések a derékszögű háromszögben
5.	VII. osztály*	Asztalosműhely látogatása Meteorológiai állomás látogatása	V. osztály 4. A téglatest térfogata

			VII. osztály Adatrendezés (grafikonok, táblázatok, elemzések)
6.	VIII. osztály°	Földmérés	VI. osztály 2. Szögmérés, kiegészítő szögek 3. Háromszögek szerkesztése A háromszög területe II. osztály A négyszögek területei A háromszögek hasonlósága

*- annak ellenére, hogy a feladat elvégzéséhez csak a téglatest térfogatképletére van szükség, ez a gyakorlat nehéz lenne V. osztályos gyermekeknek.
Pályaorientáció szempontjából ezt a terepgyakorlatot lehetne VIII. osztályosokkal is végezni. Ezen az évfolyamon szintén előtérbe kerül a térfogatszámítás.

°- Ennek a programnak a lebonyolítása a VII. osztály végén lenne ideális.

2.3. A terepgyakorlat előkészítése

A terepen gyakran adódhatnak előre nem beszámított tényezők, ezért amennyire lehet, aprólékosan ki kell gondolni minden lépést. Tehát az alábbi kérdésekre feltétlenül meg kell, hogy legyen a válaszunk:

Hol? Mikor? Kivel? Mettől-meddig? Mi célból? Mi a matematikai háttér? Milyen előzetes egyeztetésekre van szükség? Milyen anyagot szeretnénk használni? Mit kell előre elkészíteni? Milyen előzetes információt kell átadni a gyereknek? Mit szeretnénk elvégezni és hogyan? A begyűjtött anyagot hol, mikor és hogyan fogjuk feldolgozni? Mi lesz a „végtermék”?

A lebonyolítás előtt fel kell készíteni a gyermekeket, tudniuk kell, hogy a terepgyakorlat során mi vár rájuk, milyen feladatokat kell, hogy elvégezzenek. Esetleg lehet hangulatkeltésként szaklapokat, web oldalakat, filmeket is bemutatni.

Gondok adódhatnak:

- az időjárással (ezért szükség van egy „B terv”-re is) ;
- a helyszínre való eljutással (előnyös, ha nem egy pedagógus kíséri a gyerekeket) ;
- a gyermekkek egészségügyi állapotánál (pl. valaki rosszul lesz, ezért nem árt alapvető elsősegély-nyújtási ismeretekkel rendelkezni) ;

- az adattgyűjtéssel. Például, feledékenység vagy eszközhiány miatt nem történik meg az adatok megfelelő dokumentálása. Ezért érdemes előre kijelölni néhány gyereket, akik ezért felelnek.

A balesetek elkerülése végett érdemes egy munkavédelmi felkészítőt tartani, mert, a kötetlenebb tanulás során legalább olyan nagy szükség van a fegyelemre, mint máskor. Ezért érdemes előre tisztázni a játékszabályokat. (Röviden: Vigyázzatok magatokra, társaitokra, az eszközökre, illetve a terepgyakorlat helyszínére!)

2.4. A terepgyakorlat lebonyolítása

A program folyamán megbeszélésre kerül egy ismert elméleti anyagrész, amelynek a gyakorlati alkalmazását minden gyermek megtapasztalja, vele kapcsolatosan műveleteket végez.

Hatékonyabb, hitelesebb lehet a terepgyakorlat, ha a lebonyolítás irányításában a szaktanáron kívül még legalább egy szakember („adatközlő") is részt vesz. Szintén a hitelesség megtartása érdekében, a gyermekeknek az adott szakmában fellépő problémával azonos, vagy hozzá hasonló feladatokat kell adni. A feladatok nehézsége nem szabad túlhaladja a gyermekek képességeit, tudását, tehát az életkori sajátosságokat itt is fontos figyelembe venni.

Törekedni kell a szakmát jellemző szaknyelv és a matematikai szaknyelv használatára. Fontos, hogy a terepgyakorlat alatt a gyermekek jegyzeteket készítsenek, ez előfeltétele az eredményes adatfeldolgozásnak. Az egyszerűbb feladatokat a helyszínen számolják ki. A matematikát, lehetőleg ugyanúgy alkalmazza a gyermek, mint ahogy az adott munkahelyen teszik.

Mérések esetén ajánlott, hogy ugyanazt a mérést többen is végezzék el, jegyezzék le, így csökkenthetőek a hibalehetőségek. Lehetőséget kell adni a csoportos munkavégzésre, ezzel is szimulálva a felnőttkori valós munkahelyzetet.

A lebonyolítás során lehetőség nyílik a kérdezésre, szabad véleménynyilvánításra. Ezekre érdemes visszatérni az adatfeldolgozáskor is.

Figyelni kell, hogy minden gyermek tényleg részese legyen a megtervezett programnak, a feladatok legyenek egyenlő módon leosztva.

2.5. A terepgyakorlaton gyűjtött anyag rendszerezése, feldolgozása, lezárása, értékelése

- A terepen tapasztaltak felelevenítése, megbeszélése (a gyermek tudja elmondani az adott szaknyelvet és a matematikai kifejezéseket használva, hogy mi történt a terepen, ő összegezzen, elemezzen).
- A bonyolultabb számításokat végezzék el a lejegyzett adatok alapján.
- Lehetőséget kell adni, hogy a gyermekek egyénileg (esetleg négyes csoportokban), szabadon, akár a szokásos megoldásoktól is elszakadva kipróbálják az elképzeléseiket.
- A diákok mutassák be a különböző megoldásaikat. Minden megoldás legyen kielemezve, megbeszélve.
- A gyermek értékelje az eredményeket, végezzenek összehasonlításokat egymás között, illetve más adatokkal.
- A hibák legyenek kiemelve, kijavítva. A tanár vigyázzon arra, hogy a hibát elkövetőt ne törje le, fordítsa azt is a tanulás javára.
- Az adatfeldolgozás és összehasonlítás során használják ki a számítógép és az internet adta lehetőségeket.
- A gyermekek véleményének meghallgatása, összegzés, értékelés.
- A következő hasonló terepgyakorlatnál mit lehetne másképpen tenni?
- Új javaslatok begyűjtése.

2.6. A terepgyakorlat során felhasználható, a helyes tanári magatartást segítő kérdések

Stratégia:	**Ajánlott kérdések:**
Időt kell hagyni, hogy a diák megbarátkozzék a feladattal (a gyors kérdezőket le kell állítani!)	- Ne siess! Előbb értsd meg a problémát! - Először gondolj ki egy lehetséges megoldást és csak azután kérdezz! - Mit tudsz? Mit próbálsz elkészíteni? - Min nem lehet változtatni? Min lehet?
Lehet segíteni a gondolkodását.	- Hogyan lehet elindulni? - Mit próbáltál eddig?

Nem szabad utasításokat adni!	- Sajátos esetben kipróbáltad? - Hogyan lehetne rendszerezni az ötleteidet? - Találsz jellegzetességet, közös tulajdonságot?
Biztatni kell a diákokat a különböző megoldások keresésére.	- Másként megkaphatnád-e ugyanezt az eredményt? - Meséld el a többieknek is a megoldásodat! - Melyik módszer tetszik jobban? Miért?
Buzdítani kell a diákokat akkor is, ha nem helyes a feltételezése.	- El tudod mondani. milyen módszerrel oldottad meg a problémát? - Ugyanezt el tudod mondani másképpen? - Magyarázd meg!
A végső megoldást csak a gyermekek munkája után szabad bemutatni, hogy ne rutinból dolgozzanak, gondolkodjanak.	- Megpróbálom én is megoldani, hangosan gondolkodom! - Lehet, hogy hibázom! Figyeljetek! - A megoldáson még lehetne javítani…

2.7. A terepgyakorlat lebonyolítása után várható eredmények

(ezek leginkább a felnőttkorban mutatkoznak meg)

- A diákok kérdező, érdeklődő szellemiségű egyénekké formálódnak.
- Segíteni fogja a személyiségének megfelelő pálya megválasztását.
- Könnyebben átlátják a tudományos ismereteik alkalmazhatóságát a hétköznapi életben, az általa választott szakmában.
- Aktív, egész életen át tanulni kívánó egyénekké válnak.
- A természettudományos jelenségek értője, elemzője lesz.

3. Bepillantás a mérés történetébe

Emberi tevékenységeink során nagyon gyakran végzünk méréseket. Sokszor észre sem vesszük, de mennyiségeket, jelenségeket hasonlítottunk össze és már fogalmazzuk is az eredményt magunkban: kisebb, rövidebb, nehezebb, stb.

Amikor már azt is szeretnénk megtudni, hogy egy mennyiséget hány kisebb egység tesz ki, akkor jutunk el a matematikai értelemben vett mérés fogalmához és a mértékegységhez.

A „Méréses módszerek a pedagógiában"[3] című munka a következő meghatározást tartalmazza:

> „Mérésen olyan tevékenységet értünk, amelynek eredményeként a vizsgált jelenség számszerűen jellemezhetővé, más hasonló jelenségekkel objektíve összehasonlíthatóvá válik. A mérés tehát nem egyszerűen szám hozzárendelése valamely jelenséghez vagy annak valamely tulajdonságához, hanem olyan hozzárendelés, amely kvantitatív összehasonlítást tesz lehetővé."[3]

Ebből a meghatározásból még hiányzik a hozzárendelések mikéntjének megfogalmazása. 1951-ben Stevens[4] dolgozza ki a hozzárendelések szabályait, megalkotja a korszerű mérés- és skálaelméletet.

Négy skálatípust különböztet meg:

1. Nominális skála, amellyel a matematikán belül a halmazelméletnél (ekvivalencia reláció, osztályozás) találkozhatunk. Alkalmazzuk a halmazok azonosítóval való ellátásánál, megnevezésénél.
2. Sorrendi (ordinális) skála a mennyiségek viszonyát számszerűen fejezi ki (matematikában a rendezési relációk).
3. Az intervallumskála egy mennyiségi, kvantitatív skála, mint például a hőmérséklet, a naptári idő, a tengerszint feletti magasság, stb.(matematikához kapcsolható a lineáris függvény, a negatív számok bevezetése).
4. Az arányskálán való mérés felel meg a közismert mérésfogalomnak. Ennek a skálának mindig van abszolút nullpontja és egy rögzített (alkalmi vagy szabvány) értéke, azaz mértékegysége.

---

[3] Dr. Török Tamás: Mérések elmélete és módszertana a matematika tanításában
[4] http://hu.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9r%C3%A9si_sk%C3%A1l%C3%A1k (Stanley Smith Stevens)

A matematikában a méretes geometriai tulajdonságoknál, mértékegységek kapcsolatánál, törtek bevezetésénél kerül alkalmazásra, mint például a hosszúság-, a terület-, az űrtartalom-, a térfogat-, a tömeg-, a szög-, az időmértékegységek és átváltásaiknál.

Kezdetben a mértékegységeket a hétköznapi munkavégzéshez használt tárgyak, a természet adta lehetőségek nyújtották. Ilyenek voltak a hüvelyk, arasz, véka, hordó stb.

Használatban voltak olyan mértékegységek is, amelyek tájegységenként, vagy országonként nem voltak egységesek (pl.: hold, mérföld, icce...). A kereskedelem, az országok közti együttműködés megkönnyítése végett 1960-ban megtörténik a mértékek nemzetközi egységesítése, vagyis létrejön az SI (*Systèm International d'Unitès*), amit a legtöbb ország törvényesített.

A napjainkban használatos nemzetközi mértékegységek meghatározására többféle eljárást dolgoztak ki. Például a méter első meghatározása így hangzott: „a Föld kezdő délkörén mért kerületének negyvenmilliomod része”[5]. A tökéletes mértékmintát (ősmintát), vagyis az etalont, például a méter esetében, először fémötvözetekből előállított rudak adták, majd a kor modern eszközeit használva a tudósok egyre inkább arra törekedtek, hogy az egységek bárhol, bármikor reprodukálhatóak legyenek és a pontosságuk több nagyságrenddel jobb legyen. Pontosabb eredményhez jutottak a vörös kadmium hullámhosszának segítségével, illetve nagy elismerésnek örvendhetett Bay Zoltán[6] (*1900- 1992*) is, aki a fényre szabott méter megalkotója volt.

3.1 A mérés módszertanáról . . .

A mérés, mértékegységek fogalmának kialakítása óvódás korban kezdődik és kb. a VI. osztály végére fejeződik be. Ezt követően már csak begyakorlás és a látókör bővítése következik, amit a fizika és a kémia oktatása vesz át.

---

[5]http://hu.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9ter

[6]http://hu.wikipedia.org/wiki/Bay_Zolt%C3%A1n

Látható, hogy az absztrakt fogalomig hosszú út vezet, sok manipuláció, tapasztalatgyűjtés kell, hogy megelőzze, különben a tanuló nem lesz biztonságos alkalmazója a mértékegységeknek.

A gyermek fejlődése során a következő szinteken kell, hogy sikeresen végighaladjon.

1. A mérések tanításának előkészítő szakasza. Az érzékszerveknek megfelelően a tárgyak, események vizsgálata történik. Osztályozásokat végeznek szín, forma szerint. Összehasonlítanak hosszúságokat, területeket egymás mellé vagy egymásra helyezéssel, stb. Megszületnek az első mérési eredmények: hosszabb, nagyobb területű, keskenyebb, nehezebb, hidegebb... Itt még nincs mérőszám meghatározása, nincs mértékegység.
2. Ezen a szinten már felvetődik a kérdés, ha nem egyenlőek, akkor mivel egészíthető ki, tölthető meg, hozható egyensúlyba?
3. Elkezdődik az igazi mérés: egy mérendő mennyiséget, hány kisebb egység tesz ki?
   Alkalmi mértékegységeket használnak (pl. arasz, egy pohár, egy csempelap...). Sok mérés elvégzése után letisztul, hogy jó lenne egy egységes mértékegység-rendszer. Megismerik a szabvány mértékegységeket és a méréshez használható eszközöket. Megjelennek a mérőszámok. Alkalmazni kezdik az alapegységek többszöröseit (törtrészeit).
   A gyermekek megtapasztalják, hogy a nagyobb egységekből kevesebb, a kisebb egységből többre van szükség, ami a mértékváltások alapjául szolgálnak.
   Erre a szintre a tanuló a IV. osztály végén jut el.
4. A felső tagozaton további mérések és a mértékegységek beváltásának begyakorlása következik. Sajnos időhiány miatt a mérések legtöbbször kimaradnak és egyből a mértékváltás begyakorlásával kezdünk. Ez a gyermek fejlődésében törést hozhat létre és a témától való elfordulást eredményezheti. Ezért amennyire lehetőség nyílik az V. osztályban is sort kell keríteni mérésekre, gyakorlatias feladatokra.
   A gyermek VI. osztályban már az ismert mértékegységek biztonságos alkalmazója lesz és fizika órán újabb (akár a régiekből származtatott) mértékegységekkel fog megismerkedni. Matematikában a szögmérés jelent újdonságot a gyermek számára, de mivel ez gyakorlatias probléma, a tanulók többségénél nem szokott gondot okozni az elsajátítása. Ez esetben inkább arra kell törekedni, hogy bemutatásra kerüljön a hétköznapi életben való felhasználása, különben egy öncélú tevékenységként marad meg a gyermek emlékezetében.

5. VII. osztálytól kezdve a gyermekek a mértékegységek biztosabb használói, alkalmazói lesznek (hosszúság, kerület, terület, térfogat, időtartam, hőmérséklet, szög...)

   Ebben a korban már érdemes a diákoknak bemutatni olyan méréseket is, amelyek valamilyen matematikai összefüggés felhasználásával, lemérhetetlennek tűnő dolgok méretének meghatározásához vezetnek. Pólya György szavaival: „Az elérhetetlen helyek távolságát az elérhetők távolságából határozzuk meg."[7] A gyermek jobb, ha terepen is megtapasztalja, hogy távolságok megállapítása céljából, mennyivel nehézkesebb egy egyenes vonal mentén mérni, mint szöget.

   A szögmérés, a háromszög szerkesztése, a hasonlóság, a derékszögű háromszögben alkalmazható metrikus összefüggések segítségével számos mérés és számítás elvégezhető már általános iskolás szinten is. Például: toronymagasság, egy tó szélességének kiszámítása, nem szabályos sokszög alakú földterület kiszámítása, stb. (geodézia) Természetesen az alapelvet kell ebben a korban megismertetni a gyermekekkel, kezdetleges, leegyszerűsített mérőműszerekkel és csak ez után bemutatni a mai kor technikai vívmányait. (Mivel ezek komolyabb előtudás nélkül is használhatóak és kevésbé segítik az összefüggések felismerését, a logikus gondolkodást. Ugyanakkor ezek a műszerek nagyon „sokat tudnak", a rendelkezésre álló kis idő a műszerhasználat megtanulásával telne. Pl. egy GPS-es területmérő esetében).

   Az ilyen típusú földi mérések tapasztalatai révén jutottak el a matematikusok, csillagászok az űrbeli távolságok kiszámításához, amelyekről szintén szerencsés már az általános iskolában is szólni.

3.2. A mérések elvégzése során betartandó lépések

- A mérés megtervezése: meghatározzuk a mérés körülményeit és célját, kiválasztjuk a megfelelő mérőeszközt, kipróbáljuk, átgondoljuk a mérés menetét, lépéseit.
- Ismertetjük a feladatot a tanulókkal.
- A mérés elkezdése előtt viszonyítást és becslést végeztetünk a gyermekekkel (Pl. a templom magasságát szeretnénk megállapítani, ami mellett egy toronyház található. A toronyház magasságát könnyebb megtippelni, mivel a lakások magassága általában

[7] Pólya György: Matematikai módszerek a természettudományban

ismert és a szintek számának figyelembe vételével elég jó megközelítést adhatunk. Ehhez viszonyítva a templom magassága könnyebben megbecsülhető).

A becslés képessége nem velünk született képesség, így ki kell alakítani, fejleszteni kell.

- A mérés végrehajtása: begyűjtjük a szükséges adatokat (az átláthatóság kedvéért egy táblázatba). A hibalehetőség és a pontosabb eredmény érdekében jó, ha minden mérést legalább három gyermek végez el. Az ők eredményeik átlaga képezi a végső eredményt.
- A becslés és a mérés összehasonlítása. Ez egy nagyon fontos mozzanat. Az összevetés segíti a gyermek realitásérzékének kialakulását. (Nem utolsó sorban egy pozitív élményben van része, ha a becslése közel állt a valós értékhez.)
- A hibák számbavétele: lehetőség szerint leellenőrizzük az eredményt, megállapítjuk, hogy a hiba a tűréshatáron belül található-e és kielemezzük, hogy minek voltak köszönhetőek ezek a hibák? Hibák adódhatnak a mérést végző személy miatt, a műszer pontatlanságából, a környezeti nehézségekből illetve a nem helyesen megválasztott módszertől. A tűréshatár függ a mért mennyiség nagyságától és természetétől.

A mérések elvégzésével a tanulókban nemcsak a helyes mértékegység használat, képlethasználat alakul ki, hanem megtanulják a pontos munkavégzést, segíti őket a rendszerezésben, a sokszínű feladatok megoldása révén kreatívakká válnak és nem utolsó sorban bepillantást nyernek különböző szakmákba.

4. A pénzügyi nevelésről...

A mai kor emberétől egyre gyakrabban hallhatjuk „Pénz beszél, kutya ugat”. Az kétségtelen, hogy a pénz megszerzése és elköltése központi témája lett a mindennapjainknak. A gazdasági válsággal egyidejűleg, mintha még növekedne az emberek költési vágya, a reálisnál magasabb életszínvonalon próbálnak élni, a visszafizetetlen banki kölcsönök miatt egyre több család eladósodik.

A gazdaságban tapasztalható gondok megoldásán dolgoznak, vitatkoznak politikusok, szakemberek és oktatásban jártas szakemberek. Mindannyian a jövő nemzedékében látják a megoldást, remélve, ha megfelelő pénzügyi nevelésben részesül a gyermek (akár reformok bevezetésével), akkor ők már nem lesznek nagymértékben kiszolgáltatottjai a „rendszernek”. Pénzügyi nevelésre napjainkban az osztályfőnöknek, a polgári műveltséget oktató tanárnak és a matematikatanárnak van lehetősége, de azt is felvetették, hogy eredményesebb lenne, ha egy gazdasági szakember végezné.

A matematika tanításának nem célja a gazdasági szakember kinevelése, de az ehhez szükséges, nélkülözhetetlen alapokat mindenképpen meg kell adnia már az általános iskolai oktatásban. A tört, arány, százalék fogalmai nélkül elképzelhetetlen, hogy valaki jól fog igazodni a „banki szférában” vagy a kereskedelemben.

4.1. A százalékszámítás oktatása az általános iskolában

A gyermekek számára a százalékszámítás elsajátítása, pontos alkalmazása nem könnyű. „Sokan életkortól függetlenül már akár egyszerű feladatokban is hibáznak, ahogy ezt nemcsak felmérésekben, de például napilapok cikkeiben is tapasztalhatjuk.”[8] írja dr. Ambrus Gabriella. Ennek több oka lehet:

- nem a korosztálynak megfelelő módszerrel tanítjuk.
- a tanulóban nem alakult ki a helyes törtfogalom, így az absztraktabb változatot sem értheti.
- a százalékszámítás nem gyakorlódott eléggé be, hamar feledésbe merül.
- a feladatot nem tudja a valósághoz kötni.
- a szöveges feladatot nem képes logikailag felépíteni.

A százalékot többféle módszerrel taníthatjuk. Például a százalékalap visszakeresésének lehetőségei:

1. **1.** Következtetés módszere (az egységrehozatal módszere)
2. **2.** Arányegyenlettel (hármasszabállyal)
3. **3.** Formálisan (törtrész segítségével egyenletet írunk fel és kifejezzük az ismeretlent)
4. **4.** Operátor stratégiával ($A \xrightarrow[100]{p} B$, ami egy vázlatos megjelenítése a feladatnak)

[8] http://www.mozaik.info.hu/Homepage/pdf/folyoirat/A_matematika_tanitasa_2013-2.pdf (letöltve 07.08.2014.)

Németországi vizsgálatok szerint a gyermekek körében az első módszer volt a legnépszerűbb, ennek alkalmazásával ért el a legtöbb gyermek helyes eredményt. Nagyobb osztályoknál ezt a módszert kombinálták a negyedik módszerrel. Ez is eredményesnek bizonyult.

A mi oktatási rendszerünkben a második módszer a legnépszerűbb (talán a fizikai, kémiai alkalmazások miatt), de az V. osztályos gyermeknek az első módszert érdemes először megmutatni.

A harmadik módszer akkor kerülhet biztonságos alkalmazásra, ha a diáknak már nincsenek az egyenletmegoldással gondjai (VII. és VIII. osztályokban).

A százalék tanításának-tanulásának sikerességét növelhetjük, ha a fent említett módszerek mellett a szöveges feladatot ábrán is megjelenítjük, megjelenítettjük. Ez segíti a megértést, a rendszerező képességet, a gondolkodást és a megoldás menete is könnyebben körvonalazódik a gyermek számára.

4.2. Segítő kérdések, javaslatok

> Mi a probléma? Mit ismerünk? Mit kell kiszámítani? Képzeld el a feladatot és készíts róla ábrát! Becsüld meg az eredményt! Keress összefüggést az ismert és ismeretlen mennyiségek között! Végezd el a számításokat! Értékeld az eredményt! Nézd össze az ábráddal! Válaszolj!

A fent említett módszereket megismerve, a gyermek el fogja dönteni, hogy a számára melyik a leginkább „testhezálló" és valószínűleg felnőtt korában is azt fogja alkalmazni.

A tanulást motiváltabbá, változatosabbá tehetjük, ha a százalékszámítás gyakorlati alkalmazásaiba nemcsak szöveges feladatok révén engedünk betekintést, hanem kivisszük a gyermekeket terepre. Például el lehet látogatni egy bankba, ahol pénzügyi szakemberek ismertetnék az intézmény adta lehetőségeket. Ezt követheti a kamat és havi részlet kiszámítása VI.-VIII. osztályos tanulókkal. Ez mindenképpen segíteni fogja a tananyag elmélyítését, növeli a tudatosságot (mérlegelni tudják a döntéseikkel járó kockázatokat).

Kisebb korosztállyal még korai ilyen terepgyakorlatot végezni, de velük lehet a vásárláshoz szükséges matematikai tudást fejleszteni. Rá kell szoktatni a gyermekeket, hogy olvassák el a csomagoláson lévő feliratokat, figyeljenek az összetételre (itt találkozik a százalékkal), tömegre (mértékegységekkel kapcsolatos tapasztalatokat gyűjt) és csak e szerint döntsék el, hogy az illető termék „Megéri-e az árát ?”. (Fejben számoljanak, kerekített értékekkel)

Az ilyen jellegű programok végrehajtására a legalkalmasabb időszak a „Tudj többet! Légy jobb! ” elnevezésű tanítási hét.

5. A meteorológia és a matematika

A számítógépek világában, a ma emberének teljesen természetes, hogy megnézi az időjárás-előrejelzést és ennek függvényében próbálja megtervezni a tevékenységeit. Nem is gondolunk bele, hogy milyen küzdelmes úton jutott el idáig ez a tudományág.

1904-ben Bjerknes[9] norvég fizikus ötlete volt az időjárás- előrejelzés matematikai modelljének elkészítése. Newton mozgásegyenlete, az energia- megmaradás törvényének légköri alkalmazásai, ideális gázok állapotegyenlete adta az általa megalkotott parciális differenciálegyenlet-rendszer alapját. A megoldáshoz numerikus módszereket kellett alkalmazzanak, amire 1910-ben Lewis Richardson, brit meteorológus vállalkozott. Több tízezer szorzást és összeadást végzett el manuálisan. Tőle származik az alábbi idézet:

„Egyszer, talán, a távoli ködös jövőben képesek leszünk gyorsabban számolni, mint amilyen gyorsan az időjárás változik, és az emberiség által befektetett költségeknél magasabb lesz az a haszon, amit a kapott információkból nyerünk. De ez csak álom.”[10]

Az igazi áttörést az ENIAC számítógépek megjelenése hozta. Segítségükkel, ” már órák alatt” elkészült az előrejelzés (Neumann János[9] javasolta, hogy a katonai célokra kifejlesztett számítógépet használják polgári célokra is). Ezzel párhuzamosan a differenciálegyenletek megoldásában is újítások születtek. (1928, Courant-Friedrichs- Lewy[10])

1950-ben Jule Charney[9] és csapata hajtotta végre az első sikeres időjárás-előrejelzést (a hadügy hasznosította az első információt).

---

[9] http://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termeszettudomanyok/foldrajz/meteorologia/az-idojaras-elorejelzese-az-idojaras-matematikai-modellezese/az-idojaras-matematikai-modellezese-kezdeti-lepesek (letöltve 08.08.2014)

[10] http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/meteorologiai_fgy/ch05s03.html (08.08.2014)

Napjainkban a szélsőséges időjárás jelent nagy kihívást a modellalkotók számára. Egy korszerű, numerikus időjárást előrejelző modell a francia AROME[11] nevű.

A meteorológia nemcsak az időjárás-előrejelzéshez használja a matematikai modellezést, hanem például a szennyezőanyagok légköri eloszlásának meghatározásánál is. Mivel nincs arra lehetőség, hogy az országban mindenhol méréseket végezzenek, a néhány településen lemért adat, a légköri áramlások és a szennyezőanyag tulajdonságainak figyelembe vételével, matematikai alkalmazásokkal kiszámolják a szennyezőanyag-koncentráció várható alakulását.

Az általános iskolás gyermek figyelmét is fel lehet hívni ezekre a dolgokra. *(A meteorológus szakmát ne a televízióban látható 5 perces produkcióval azonosítsák)*. A tananyaghoz kapcsolódóan mérési adatokat lehetne feldolgoztatni, kiértékelni velük. Ilyen adatokhoz hozzá lehet jutni a világhálón vagy esetleg egy meteorológiai állomás meglátogatásával, ami különösen erősíthetné a szakmába való rálátásukat.

A VII. osztályos tananyag része az adatrendezés, ezen belül az adatok grafikus ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben, adatok elemzése. Elképzelésem szerint jó, ha ezek az adatok a gyermek szűkebb környezetéből származnak. Motiváltabban dolgoznak azzal, amit „sajátjuknak éreznek”.

[11] http://nimbus.elte.hu/beta/tanszek/docs/PieczkaIldiko_2007.pdf (08.08.2014)

6. A terepgyakorlatok leírásai

6.1. Magasságmérés

A terepgyakorlat megnevezése: A kápolnásfalusi templom magasságának kiszámítása

Időpont: 2013 és 2014 áprilisa

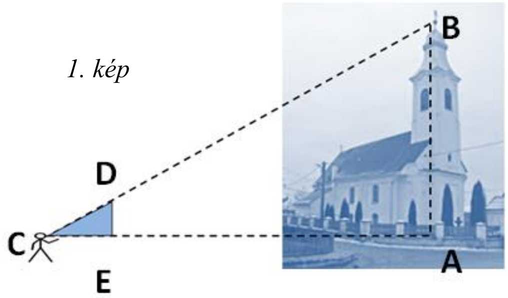
Korcsoport: VII. illetve VIII. osztályosok *(ugyanaz az évfolyam)*

Időtartam: mindkét alkalommal 1-1 óra

Mérési módozatok:

1. **Derékszögű vonalzó használatával:**

1. kép



a.) $DEC_{\Delta} \sim BAC_{\Delta} \Rightarrow \frac{DE}{BA} = \frac{EC}{AC}$ *(1. kép)*

- A vonalzón leolvasható a DE és EC szakasz hossza.
- Az AC távolság megmérése után számolható az AB távolság (*figyelve a mértékegységekre)*

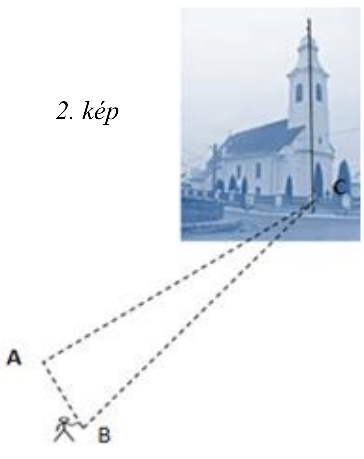
b.) Az iskolai vonalzóknak ismertek a hegyesszögei: 30˚, 60˚, 45˚

$$\text{tg } \hat{C} = \frac{BA}{AC}$$ *(1. kép)*

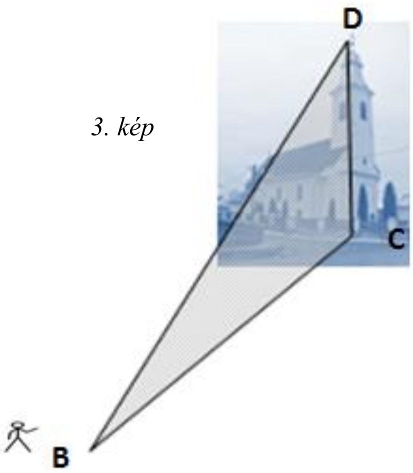
- Az AC távolság megmérése után számolható az AB távolság. *Mindkét esetben figyelembe kell venni a gyermek szemmagasságát!*

2. **Szögmérő használatával:**

2. kép



3. kép



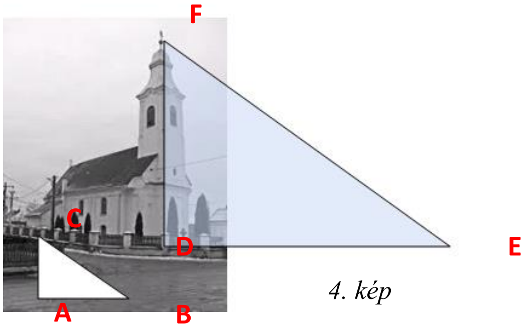
A szögmérő segítségével benézzük az AC egyenest és rá merőlegesen felvesszük az AB szakaszt, amelyet rövidsége miatt könnyen megmérhetünk. A B pontba átköltöztetve a szögmérőt megmérjük az $\widehat{ABC}$ - et. *(2.kép)*

A $\cos \widehat{ABC} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ összefüggésből kiszámolódik a BC távolság.

A B pontban maradva a szögmérőt átállítjuk függőleges helyzetbe és megmérjük, hogy a templom teteje hány fokos szögben látszik. *(3. kép)*

A $\mathrm{tg}\, \widehat{DBC} = \frac{\mathrm{DC}}{\mathrm{BC}}$ aránypárból kiszámítódik a keresett DC távolság, amelyhez hozzáadva a szögmérő magasságát, megkapjuk a toronymagasságot.

3. **Árnyék segítségével:**



4. kép

Ismert: az AC bot hossza *(4. kép)*

Megmérhető: AB és a DE árnyék

$$\mathrm{ABC}_{\Delta} \sim \mathrm{DEF}_{\Delta} \Rightarrow \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$$

Kiszámolható a DF magasság.

Előfeltételek, elõtudás a gyermek részéről:

- Ismerje a derékszögű vonalzók tulajdonságait (szög- oldal összefüggéseket)
- Tudja a hasonlósági eseteket és számításoknál alkalmazza a megfelelő oldalak arányait
- Alkalmazza a szögfüggvényekről tanultakat

A terepgyakorlat leírása:

I. alkalom: 2013 áprilisa

Eszközigény: Derékszögű vonalzó *(két féle)*, mérőszalag *(3 db),* jegyzetfüzet, írószer

1. Egy nagyméretű lapon felvázoltam, hogy milyen eszközzel, milyen mérést szeretnénk elvégezni. A gyermekek megfogalmazzák, hogy milyen minimális mérések elvégzésére van szükség, és milyen tétel alkalmazásával jutunk el a torony magasságának kiszámításáig.
2. Felosztottam az osztályt három csapatra (kiválasztottam három jó matekest és ők választottak maguknak csapattársakat) akiknek különböző helyszíneket jelöltem ki.

3. Az első csapat kapott egy egyenlő szárú derékszögű vonalzót. Megbeszéltük, hogy miért lesz az ők munkájuk a legegyszerűbb. Beállították a vonalzót a fent bemutatott szerint. Lemérték a templomig a távolságot és a szemmagasságot figyelembe véve, különösebb számítás nélkül megkapták a toronymagasságot: AC = AB = 30,1 m mérés után, amihez hozzáadták a gyermek szemmagasságát és így **31,6 m** lett a végeredmény
4. A második csapat kapott egy 30˚ illetve 60˚-kal rendelkező derékszögű vonalzót. Ők is beállították a vonalzót az 1. Kép szerint *(a szemhez a 30˚-os szöget tették)*, lemérték a távolságot a templomig és tg30˚ segítségével kiszámították a torony magasságát: $tg30^\circ = \frac{BA}{AC}$, AB = $\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 51{,}8 = 29{,}9$ m. A gyermek szemmagasságát hozzáadva **31,4 m** lett a toronymagasság értéke. (*Nem mértük a szemmagasságot, megegyeztünk 1,5 m-ben)*

5. kép: *Vonalzó beállítása*

6. kép: Toronymagasságot számolnak

5. A harmadik csapat is beállította a vonalzót (5. kép), lemérte a távolságot a templomig és a vonalzó méreteinek segítségével kiszámította, a hasonlósági arányból, a keresett toronymagasságot

$\frac{DE}{BA} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{0{,}3}{x} = \frac{0{,}5}{49} \Rightarrow$ x = 29, 4 m, amihez a szemmagasságot hozzáadva **30,9 m** lett az eredmény.
6. Csapaton belül egy gyerek beállította a vonalzót, kettő mérte a távolságot, majd közösen számoltak. Ha végeztek, cserélhettek (*Erre csak az első csapatnál maradt idő. Ők a lányok adataival is számoltak.*). Megtapasztalták, hogy egy más magasságú gyerek, máshova kell, hogy álljon ahhoz, hogy a vonalzót jól beállíthassa.
7. A három csapat eredményeit egyeztettük, megbeszéltük a tapasztalatokat.

8. Az árnyékos módszer ebben a napszakban nem volt használható, mert a templom árnyéka a háztetőkön húzódott, így lemérhetetlen volt. Cserébe, néhány önkéntessel a foglalkozás végén kiszámoltuk egy villanyoszlop magasságát.

7. kép: Mekkora a bot árnyéka?

bot hossza **1,2m** …......……… árnyéka **2,2m**

x m az oszlop magassága ..… árnyéka **16,5m**

$\mathbf{x} = \frac{1{,}2 \cdot 16{,}5}{2{,}2} = \mathbf{9\ méter}$ magas villanyoszlop.

A terepgyakorlat lebonyolítása során szerzett tapasztalatok:

1. Ez a terepgyakorlat azoknak a gyerekeknek jelentett megerősítést, akik az iskolapadban már elsajátították az alapfogalmakat és jól alkalmazták a tételeket. Azoknak a gyerekeknek (3), akiknek az iskolában nem alakult ki a hasonlóság alapfogalma, nem tudták helyesen alkalmazni a szögfüggvényeket, azok a terepen sem szereztek új tudást, legfeljebb a mérést végezték szívesen.
2. Amikor számolásra került a sor, a fiú csapat gyorsan átlátta a helyzetet, jól dolgozott, de a leányok elbizonytalanodtak, igényelték a segítségemet. Ezek szerint nem bizonyult elegendőnek a foglalkozás elején tartott megbeszélés. *(Néhány jó matekes elmondta, hogy mik lesznek a lépések. Én úgy gondoltam, hogy akkor mindenki számára világos a helyzet.)*
3. Sok időt felemésztett a távolságmérés. A 7,5 méteres mérőszalagnál jobb lett volna az 50 méteres. Az autók rendszeresen megzavarták a 2-es csapat méréseit. A mérés pontosságát befolyásolta a templom körüli kerítés is. A gyermekek a templom faláig tudtak mérni, a torony tengelyéig megtippeltük a távolságot.
4. A kettes csapat rájött, hogy, ha a szemhez a 60˚-ot tennék, akkor kisebb távolságot kellett volna lemérjenek.
5. A hibák ellenére a gyermekeknek tetszett ez a foglalkozás, és a kiértékelés után a lányok is sikeresen összekapcsolták a gyakorlatot az elmélettel, elégedettek voltak.

Javaslatok a terepgyakorlat javítása érdekében:

1. Érdemes közvetlenül a terepgyakorlat előtt, az iskolapadban elvégezni a három esetnek megfelelő számításokat, és akkor a terepen mindenki önállóbban tud dolgozni. Ezért a foglalkozást jobb 2 órásra tervezni.
2. A csapatok inkább legyenek közelebb egymáshoz, de a legforgalmasabb útszakaszt ki kell hagyni a mérésekből.
3. Az 50 méteres mérőszalag felgyorsítja a mérést *(a kerten is áthúzható, nem feltétlenül kell a földön mérni)*, így a csapat több tagja tud mérést végezni. Több eredmény jobban tükrözné a helyes eredményt.
4. Azt is lehet, hogy egy alkalommal csak egy típusú számítást végez mindenki *(pl. 60° használatával)*, és a sok különböző eredményt egy grafikonon ábrázoljuk *(Gauss-görbe*). A leggyakrabban kapott érték közelítené meg legjobban a valóságot.

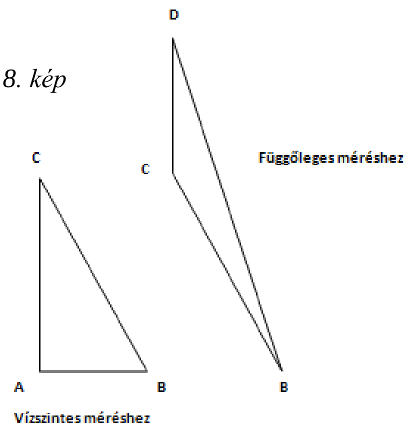
II. alkalom: 2014. április

Mivel a 2013-ban elvégzett terepgyakorlat sok akadályba ütközött, úgy döntöttem, hogy ugyanazzal a csapattal még egyszer megismételem a mérést. A VIII. osztály végigcsinálta a területmérést, ennél a gyakorlatnál már nem köteleztem a jelenlétet. Akinek volt kedve és szabad ideje, csak az vett részt ezen a foglalkozáson.

Eszközigény: az a szögmérő, amelyet a területmérésnél használtunk, olyan számológép, amellyel lehet szögfüggvényt számolni, mérőszalag, vízmérték, jegyzetfüzet, írószer.

1. Ez alkalommal más módszert választottam. A területméréshez elkészíttetett szögmérőt használva kiküszöbölhettük a távolságmérést.
2. Bemelegítésként közösen kiszámítottuk az iskola magasságát (DC-t*, 8. kép*):

8. kép



9. kép a D pont „levetítése” (C pont)

- Az A pontban álltunk és benéztük az AC irányt (mivel mozgatható volt az állvány, a D pontot levetítettük és ez lett a C).
- A szögmérő segítségével beállítottuk az AC irányra merőlegesen az AB irányt (*C pont az iskola)*
- Az AB szakaszt **15 m** hosszúságúnak vettük.
- A B pontból lemértük, hogy az iskola **67˚**-os szögben látszik.
- Az iskolától való távolságot megkaptuk:

$$\cos 67^\circ = \frac{15}{BC} \Rightarrow BC = \mathbf{38{,}46\ m.}$$

A B pontban átállítottuk a szögmérőt függőleges helyzetbe. Innen az iskola teteje (a D pont) 16,5˚-os szögben volt látható. $tg16{,}5^\circ = \frac{DC}{38{,}46} \Rightarrow$ DC = **11,39m**. Ehhez hozzáadva a műszer magasságát, 0,75 m-t, kerekítve kijelenthetjük, hogy iskolánk 12 m magas.

3. A közösen elvégzett mérés után a gyermekeket megkértem, hogy önállóan végezzék el a méréseket, számításokat a templomnál.(*szintén a 8. kép)*
4. Mivel itt szűkebb volt a hely, az AB szakasznak 10 m-t vettek a gyerekek. A vízszintes mérésnél a templom 69˚-os szögben látszódott. A BC távolságnak 27,7 m jött ki.
5. A B pontból a torony teteje 43˚-ban látszódott, így DC távolság 25,83 m lett. A templomtorony magasságának, a műszermagasságot beleszámítva, **26,58 m** magasnak jött ki.

A terepgyakorlat lebonyolítása során szerzett tapasztalatok:

1. Két fontos beállítása van a mérésnek.
   - az ABC háromszög derékszögének beállítása;
   - amikor átfordítjuk a szögmérőt függőleges helyzetbe, a 0˚-180˚-os tengely kell találjon a BC irányával (*ebben segített a vízmérték*).

   Mindkét beállításnál szükség volt másodszor is segítségre.

10. kép Az iskola teteje (D pont) hány fokos szögben látszik?

2. A számítások könnyebben mentek, mint az előző évben. Már több tapasztalatuk volt ezen a téren, mint VII. osztályban.
3. A gyermekek örültek, hogy nem kellett mérőszalaggal nagy távolságokat mérni. Érdekes módon, azok a gyerekek maradtak erre a foglalkozásra, akik az előző évben kínlódtak, nem érezték magukat sikeresnek a mérésben. Ez alkalommal boldogan mentek haza.

6.2. Földmérés

A terepgyakorlat megnevezése: Az iskola előtti tér területének felmérése

Időpont: 2014. április

Helyszín: Kápolnásfalu, Hargita megye

Korcsoport: a VIII osztály tanulói

Időtartam:- 3óra a terepen való mérésre

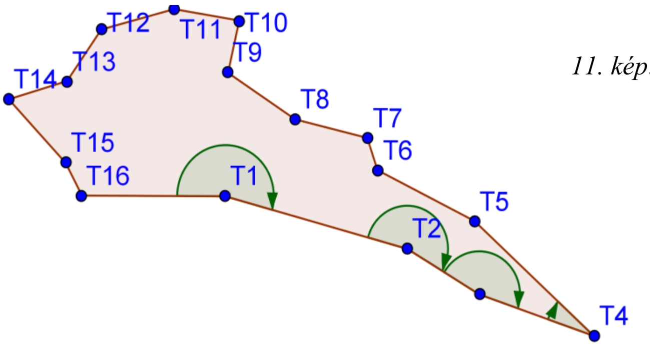
-3 óra az adatok feldolgozására és kiértékelésére (*lehetőleg két egymást követő napon*)

A módszer kiválasztása:

Egy szabálytalan sokszög alakú terület felméréséhez az alábbi lehetőségek közül választhattam:

1. **Sokszögelés módszere** *(11. kép)*: A terület körbepásztázását jelenti. Megmérjük a töréspontok közti távolságokat és az egyes töréspontoknál a két szomszédos oldal által

közrezárt szöget. A mérési adatok alapján elkészíthető a tér méretarányos rajza. Az így kapott szabálytalan sokszög felosztódik háromszögekre (esetleg téglalapokra és trapézokra), amelyeknek a területeit összegezve, megkapjuk a sokszög területét. A léptéket használva kiszámítódik a tér területe.

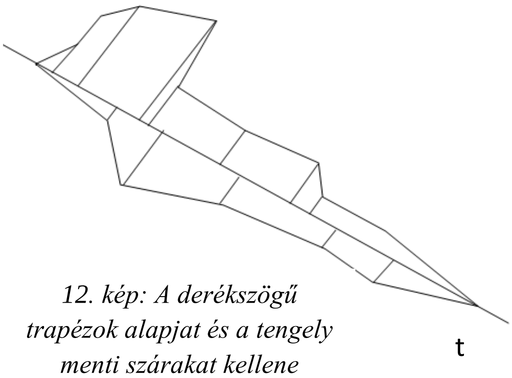


11. kép:T1…T16 a téren található töréspontok

Ezt a módszert leggyakrabban szűk utcákban, épületek között, illetve erdőben használják. Általános iskolás gyerekeknek gondot okozhat a konkáv szögek pontos lemérése, a szögmérőt minden szög méréséhez hordozni kell és beállítani, ez sok időbe telhet. A többszöri mérőszalagos mérés sok hibalehetőséget jelenthet. Egy hiba befolyásolja a további eredményeket (láncszerűen továbbvivődik).

Ezt a módszert elvetettem. Esetleg egy jóval kisebb területen kipróbálható lenne hatodik-hetedik osztályos gyerekekkel.

2. **A trapézos módszer** *(12. kép)*: A téren felvevődik egy főtengely *(botokkal megjelölve)*, amelyhez képest merőleges irányban távolságokat mérünk mérőszalag segítségével a tér minden töréspontjáig. Így az adott tér derékszögű trapézokra bontódik fel. Ha lemérjük a merőlegesek talppontjai közti távolságokat is, a trapéz területéhez szükséges adatok rendelkezésünkre állnak. A derékszögű trapézok területösszegei adják a tér területét.

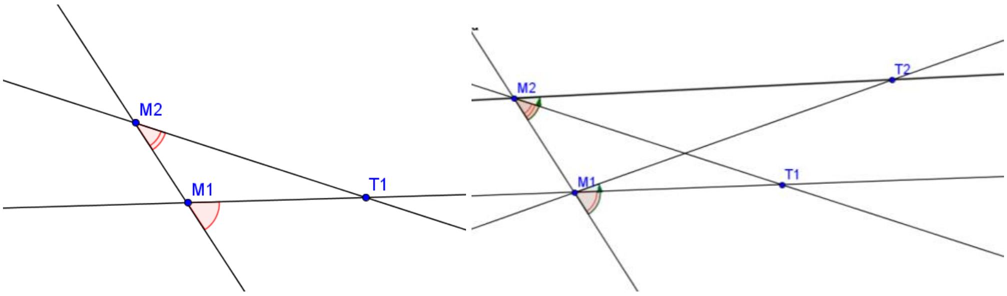


12. kép: A derékszögű trapézok alapjat és a tengely menti szárakat kellene lemérni

A szükséges méréseket nem lehetne nyugodtan elvégezni, mert a térre négy irányból érkezhetnek autók, a mérőszalagot állandóan félre kellene venni. Így ezt a módszert is elvetettem.

3. **A kisháromszögelés vagy háromszögmérés** *(13. kép)*: A téren elhelyezünk két szögmérőt, úgy, hogy mindkét beosztásos skálán a 0° és a 180° illeszkedjen egy

tengelyre, azonos állásban. A kijelölt mérőpontból megmérjük, hogy az adott töréspont hány fokos szögben látszik. Ha lemérjük a mérőműszerek közti távolságot, a rajta fekvő két szög ismeretében méretarányosan megrajzolható lesz az $\mathbf{M_2M_1T_1}$ háromszög *(az eredetivel hasonló háromszög).*



13. kép

Ezt az eljárást folytatva megkapjuk a tér összes töréspontját. A méretarányos alaprajz elkészítése után a sokszöget felosztjuk háromszögekre, illetve négyszögekre és kiszámítjuk a területeket *(mivel méretarányos a rajz, a szükséges adatokat megmérhetünk a rajzon*). A részterületeket összeadva, a lépték felhasználásával, megkapjuk a sokszög területét.

Ezt a módszert találtam a leginkább megfelelőnek. Matematikailag összetett a feladat:

- a gyermek szöget mér terepen és papíron egyaránt;

- ismétlésre kerülnek a háromszögek hasonlósági esetei;

- alkalmaznia kell a léptékkel való számolást, tapasztalatot szerez a méretarányos rajz készítésében, mértékváltást használ;

- használja az iskolapadban tanult háromszögek, négyszögek területképleteit;

- a mérőszalag használata minimális, ezért pontosabb eredményhez jutunk;

- a szögmérő házilag is elkészíthető.

A háromszögméréshez hasonló módszer lenne a **poláris mérés**, de ezt is elvetettem, mert egy-egy szögmérésén kívül még távolságokat is kell mérni, ami ezen a téren nehezen megoldható feladat.

A területek kiszámítását koordináta- geometria segítségével is el lehet végezni, de ezt a módszert inkább líceumos tanulóknál alkalmaznám.

Eszközigény: - szögmérő, 50 m-es mérőszalag, kb. 1 m hosszú bot vagy pálca, papír, írószer

Előfeltételek, előtudás a gyermek részéről: tudják a hasonlósági eseteket, ismerjék a mértékegységeket, a lépték fogalmát és a területképleteket, tudják elvégezni a szögméréseket, mértékváltásokat és számításokat.

Előkészületek:

1. A munkafázisok átgondolása
2. Az eszközök beszerzése, elkészítése

a.) Kiválasztottam a szögmérőhöz szükséges számlapot és kinyomtattam öntapadós matricának.

14. kép A 2- es műszer csapata

b.) A számlapnak megfelelő méretű lemezeket vágattam és ráragasztottam a matricákat, középen kifúrattam.

c.) Készíttettem egy fakeresztet, amelynek a végére réseket vágattam (*ezeken átnézve beállítható lesz a töréspont iránya*) és középen ez is kifúródott, egyik végére egy mutató is szerelődött. (*Szükség esetén a keresztforma segíthet a merőlegesek beállításánál.*)

d.) Egy mikrofonállványra rögzítettem a számlapot és fölötte a fakeresztet, úgy, hogy ez utóbbi forgatható legyen.

3. A terepgyakorlat előtt szükség van egy „kedvcsináló órára", amelyen röviden ismertetem a gyerekekkel, hogy milyen munkafolyamat vár rájuk, megbeszéljük a háromszögmérés matematikai hátterét és, hogy mit kell hozniuk, illetve, hogy körülbelül mennyi időt fog igénybe venni a foglalkozás.

A terepgyakorlat lebonyolítása:

1. A gyermekekkel közösen újra felidéztük a fontosabb mozdulatokat.
2. Megállapítottuk, hogy a felmérésre szánt téren hány töréspontot érdemes megkülönböztetni. Készítettünk egy szabadkezes vázlatot, amelyen feltüntettük a töréspontok sorszámát.
3. Kiválasztottunk két pontot a mérőműszereknek. Fontos, hogy a téren áthaladó autók miatt ne kelljen mozgatni a műszert és minden töréspont belátható legyen.
4. Kineveztem két gyermeket a két műszerhez, akik választottak maguknak csapatot, illetve még két gyereket a törésponthoz „botot tartani”. A csapat minden tagja jegyezte, ellenőrizte a méréseket (*időnként a „bottartók” helyet cseréltek a mérőkkel*).
5. Mindkét műszertől ugyanazt a töréspontot mérték be és jegyezték, hogy ne legyen kavarodás. Ha egy ponttal végzett mindkét csapat, akkor vették a következő töréspontot.
6. Beállítottuk a két műszert, úgy, hogy mindkét számlapon a 0˚ és a 180˚ egy egyenesre illeszkedjen (*ebben segített a fakereszten található két rés*), azonos állásban.
7. Megmértük a két műszer közti távolságot és lejegyeztük: **17,6 m**
8. Figyelmeztettem a gyermekeket, hogy minden mérés előtt érdemes ellenőrizni, hogy a számlap mozdult- e el? Ha elmozdult, újra kellett állítani (a *másik mérőpont szerint*).

15. kép: Eligazítás

16. kép: A területmérés után ottmaradt önkéntesek

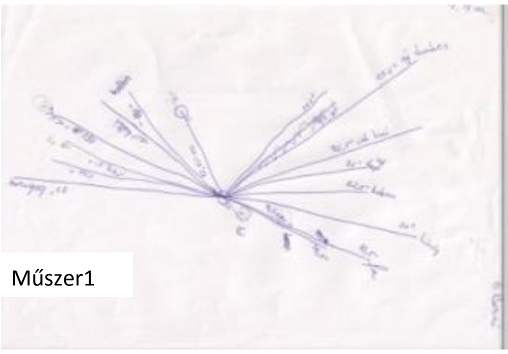
9. A gyermekek elkezdték bemérni a töréspontokat. Az adatokat jegyezték egy újabb vázlaton *(17. kép)*. A számértékeken kívül azt is leírták, hogy melyik töréspont hol van, mert a feldolgozásnál segítségünkre lehetnek (*pl. 4-es fa, 5-ös kőrakás…)*.
10. A két mérőműszerhez legközelebb eső töréspontnál végeztünk egy ellenőrző mérést. Mérőszalaggal megmértük a műszerek és a 8-as töréspont közti távolságokat, és ezt is jegyeztük a vázlaton: **24,25 m** az M_2- ig és **18,15 m** az M_1- ig.

11. Ha a tengelyen áthaladtak a méréssel, figyelmeztettem a gyerekeket, hogy a szögmérés iránya itt megfordult, jegyezze ezeket az értékeket negatív előjellel.
12. A 14- es töréspontnál észrevettük, hogy a műszer elmozdult 10˚- t. Javítottuk a hibákat.
13. Mind a két műszernél elkészült a 16 töréspontnak a bemérése.
14. Mivel az eddigi mérések sok időt vettek igénybe és még szerettem volna más jellegű mérést is kipróbálni az új eszközünkkel, úgy döntöttem, hogy a két csapat nem fog helyet cserélni, az adatokat a teremben összesítjük,és az alapján mindenki elkészítheti az alaprajzot. Ennyi mérés után már elegendő tapasztalatot szerzett mindenki.
15. Egy kis szünet után megmértük az iskola és a templom magasságát. Ezzel a csapattal már végeztünk magasságmérést, de akkor sok akadályba ütköztünk, így most az új felszereléssel érdemes volt megismételni a méréseket*(17.kép)*.

A terepgyakorlat adatainak feldolgozása:

1. Egyeztettük az egyes töréspontokhoz tartozó méreteket, a leggyakrabban előforduló értéket egy táblázatba rendeztük. *(18. kép)*

17. kép: A terepen lejegyzett szögek



Töréspont	Műszer2	Műszer1
1.	0,5˚	5˚
2.	28˚	41,5˚
3.	30˚	39,5˚
4.	33,5˚	40,5˚
5.	37˚	51˚
6.	38˚	62,5˚
7.	45,5˚	75˚
8.*	46˚	95,5˚
9.	72˚	162˚
10.	133˚	155˚
11.	174,5˚	178˚
12.	-159˚	-170˚
13.	-133˚	-156,5˚
14.	-118˚	-144,5˚
15.	-76˚	-136˚
16.	-37˚	-93˚

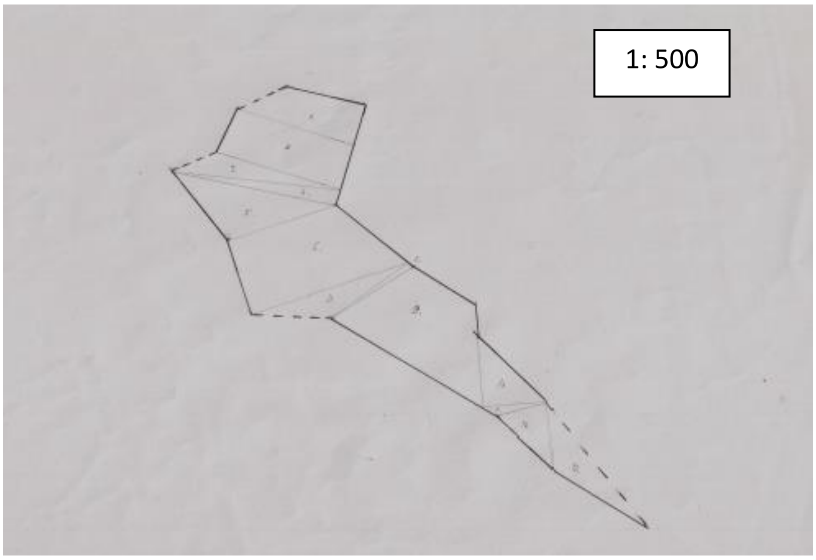
18. kép: Összesített adatok

2. Megnéztük, hogy hányszoros kicsinyítést kell alkalmaznunk ahhoz, hogy az alaprajz kiférjen az A4-es lapra. Az első javaslat a 100-szoros kicsinyítés volt, de ez hamar kiderült, hogy nem lesz elég. Végül az **1:500** léptéket választottuk, így a két mérőműszer közti távolságot **3,52 cm** hosszúságúnak rajzoltuk meg.

19. kép: Készülnek a méretarányos rajzok

3. Az első két háromszög megrajzolását én is elvégeztem a táblánál, tovább a gyermekek párban dolgoztak. A szerkesztéssel megkapott töréspontokat számozták.
4. Ellenőriztük, hogy a 8-as töréspontnál megmért két távolságnak megfelel-e az ábrán kapott két méret. Egyik távolságnál 1-2 mm eltérést állapítottunk meg.
5. Színes írószerrel összekötötték a töréspontokat, elkészült az alaprajz.

20. kép: Az iskolánk előtti tér alaprajza



21. kép: Az alaprajz felosztása tetszőleges háromszögekre, négyszögekre

6. Egy rövid szünet után folytattuk. Az ablakra helyezve a rajzot, a töréspontokat átmásoltuk egy tiszta lapra, majd a helyükre ülve a gyerekek, ezen a lapon is megrajzolták a tér körvonalát.

7. Az így kapott „tiszta" alaprajzot minden pár tetszőlegesen felosztotta háromszögekre, trapézokra. A részterületeket beszámozták és elkezdődött a mérés és számolás.

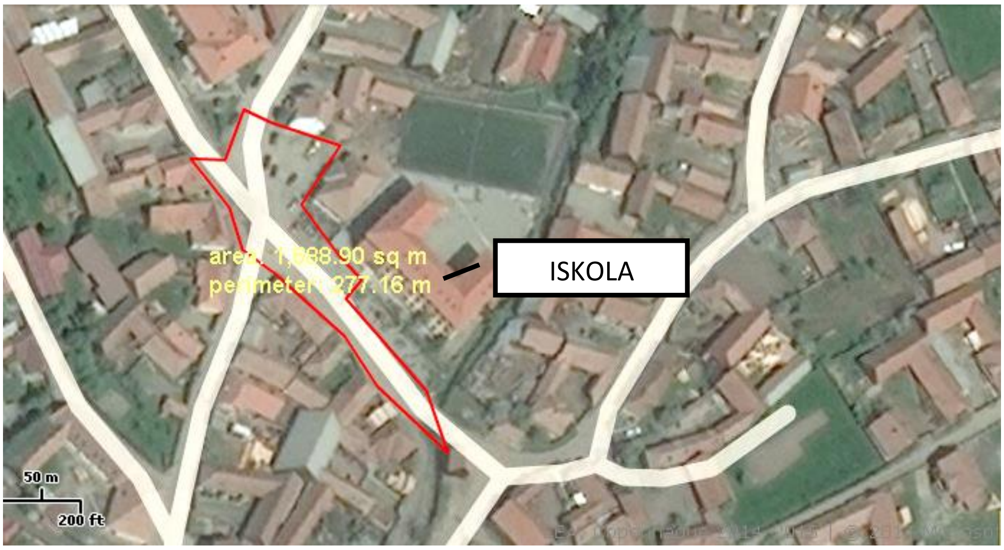
8. A cm^2- ben kapott területeket összeadták, majd a léptéket figyelembe véve átváltották m^2- be.

9. A csapatoknak**1577 m^2** és**1694,125 m^2** közti értékek jöttek ki**.**

10.

22. kép: Az iskola informatika termében...

Átmentünk az informatika terembe és műholdas felvételen bejelöltük a töréspontjainkat, a számítógépen kapott területet (1688,8 m^2) összehasonlítottuk a mi eredményünkkel.



23. kép: Műholdas felvétel

11. A gyermekek megtapasztalták, hogy az általuk számolt területhez képest nincs nagy eltérés (*a felszereltséghez és a szaktudáshoz képest*). Zárásként mindenki megkereste a családja földjét, örömmel "méricskéltek". Búcsúzáskor, kérés nélkül nyilatkozták, hogy ez volt a legjobb programjuk, annak ellenére, hogy sokat kellett dolgozniuk.

A terepgyakorlat lebonyolítása során szerzett tapasztalatok:

1. Nagyon sok diák passzívan tölti napjait az iskolapadban, de terepen „elemükbe" kerültek, szívesen végezték a feladatokat. Számos gyermek viselkedése kellemes meglepetés volt a számomra. Ugyanakkor voltak olyan tanulók, akik a tanórákon jó segítőim az elméleti eszmefuttatásoknál és most nehézkesebben mozogtak a praktikus feladatban. Meggyőződésem, hogy a gyermeket érdemes változatos feladatok elé állítani.
2. A gyermek sok mérést, számolást kellett elvégezzen, míg eljutott a végeredményig. Gyakran kellett őket kitartásra buzdítani, de a végeredményig eljutva mindenki elégtétellel távozott az iskolából.
3. A mérés során tapasztalt **hibák**:
   a.) Az eszköz összeszerelésekor azért választottam a mikrofon állványt, mert a segítségével a számlap eldönthető lesz függőleges irányba, ami előnyös a torony magasságának mérésénél. Sajnos a területmérésnél nem volt praktikus az egy csavarral felszerelt szerkezet, mert kisebb érintéstől is elmozdult
   b.) A fakereszten a rések szélesek lettek, így minden méréssel lehet egy-két fok eltérés, ami ilyen távolságoknál számottevő.

c.) A téren parkolt egy kamion, ami miatt az egyik töréspontunk (*2-es*) bemérése nem lett tökéletes.

d.) A rajzolásnál voltak diákok, akik a többszöri szögméréssel behúzott vonalak között nehezen ismerték ki magukat. Néhány diáknak gondot okozott a negatív oldal szögeinek megrajzolása.

e.) Tervem szerint kiszámítottuk volna a térre lerakható kőburkolat árát, de erre már nem maradt időnk.

Javaslatok a terepgyakorlat javítása érdekében:

1. A következő területméréskor inkább egy kisebb méretű asztalra fogjuk felfogatni a számlapot. Így nem lesz gyakori az elmozdulás.
2. Érdemes kinevezni egy gyermeket, aki minden mérés előtt ellenőrzi, hogy a műszer elmozdult-e és egy táblázatba jegyzi a két műszernél leggyakrabban előforduló értéket. Ezzel időt spórolnánk meg az adatfeldolgozás napjára.
3. Készíttetek egy új keresztet, amin keskenyebbek a bevágások.
4. Ajánlott először VII. osztályban, kisebb területen kipróbálni ezt a módszert, így VIII. osztályban már több önállósággal tudnák végezni a feladatokat a gyermekek. Ez esetben a csapatokat a körbemérés után megcserélhetnénk, és így minden gyermek a saját adatait dolgozhatná fel. A leggyakrabban kijött területérték adná a helyes eredményt.
5. Ez a terepgyakorlat témája lehetne egy több napos táborozásnak is. A különböző területméréseket kipróbálhatnánk erdőben, barlangban (*a közelünkben lévő Almási-barlangban*) és természetesen egy nagyobb nyílt téren. A gyermekek készíthetnének térképet. A programhoz társulhatna biológus illetve földrajz szakos kolléga.

6.3. Mérések és számítások az asztalosságban

A terepgyakorlat megnevezése: Betekintés az asztalos szakmába

Időpont: 2013. április

Helyszín: Egy kápolnásfalusi asztalos műhelye

Korcsoport: VII. osztály

Időtartam: 1,5 óra terepen és 2,5 óra osztályteremben

A terepgyakorlat célja:

- megtapasztalni szűk környezetünkben, hogy a matematikát az iskola elvégzése után is számos felnőtt alkalmazza;
- a gyermek végezzen méréseket, készítsen méretarányos rajzot és belátást szerezzen az anyagszükséglet kiszámolásába.

Előtudás a gyermek részéről:

- a hasonlóság alapfogalma legyen kialakulva;
- tudja a téglatest térfogatának számítási képletét.

Előkészület:

- téma és időpont egyeztetése az asztalossal

Eszközök: vonalzó, ceruza, számológép, jegyzet, milliméteres papír

A terepgyakorlat lebonyolítása:

1. **Látogatás egy helyi asztalosműhelyben:**

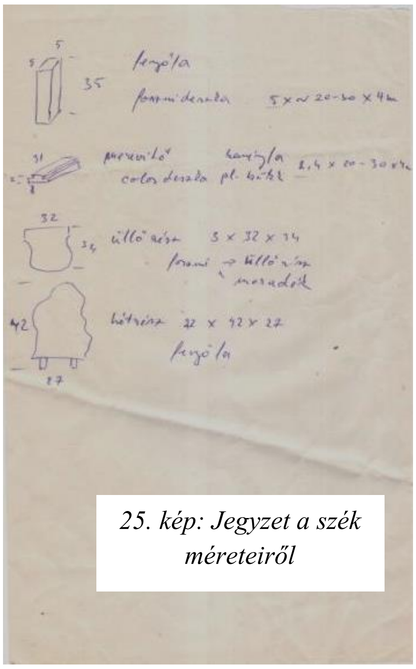
- Megtudhattuk, hogy a megrendelést mindig megelőzi egy anyagszükséglet kiszámítása, amelyet kiegészít a munkadíj és elkészül az árajánlat.
- A diákok lemérték egy szék méreteit, lejegyezték az adatokat, hogy visszatérve ők is kiszámolhassák 20 szék megrendelése esetén az anyagszükségletet és az alapanyag árát.
- Megtudtuk, hogy a szék mely részei készültek foszni, illetve colos deszkából és, hogy a merevítők keményfából készülnek.

24. kép: Az asztalosnál

- Az asztalos bemutatta az aktuális munkájának tervét, vagyis az elkészítésre váró üveges, kazettás ajtónak a méretarányos rajzát (a kicsinyítés aránya 1: 5 volt). Elmondta, hogy a rajz alapján látja az összhatást, ez szerint dönti el, hogy még kell-e változtasson? Ha tetszik a terve, elkészíti a tárgyat.
- Végezetül a gyermekek kérték, hogy mutassa meg a munkálatokhoz használt gépeit.
- Amíg a diákok szétnéztek a műhelyben, addig az asztalos nekem megmutatta, hogy hogyan számolná ki az anyagszükségletet 20 székhez.

2. Az osztályterembe visszatérve a következő foglalkozások voltak:

- a diákok elképzelései alapján kiszámoltuk a 20 székhez szükséges anyagmennyiséget és az anyag árát (csak a fenyőfát).



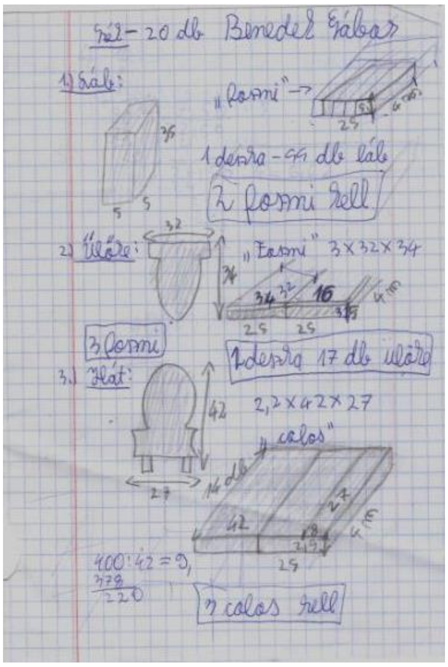
25. kép: Jegyzet a szék méreteiről

26. kép: Anyagszükséglet számolása

a.) A **láb** méretei cm- ben: 5x5x35 (amit majd formára alakítanak)

A lábhoz szükséges anyag: foszni deszka (Eldöntöttük, hogy a rendelkezésre álló deszka mérete 25x5x400).

Számítás: a 25 cm széles fosznit 5x5x400-as csíkokra vágnánk, egy csíkból 400:35 ≅ 11 láb jönne ki, következésképpen egy szál foszniból 55 láb lesz. Mivel nekünk 80 láb kell, úgy döntöttünk, hogy a lábaknak veszünk 2 szál fosznit. A további számolásoknál nem vettük figyelembe, hogy a lábak kivágása után maradt 7 darab 5x5x15- ös , egy 5x5x295- ös illetve egy 10x5x400-as darabunk (a második deszkából csak 3 csíkot kell levágni), amelyeket felhasználhatnánk az ülőrész elkészítéséhez, mivel ezek úgyis ragasztott darabok.



27. kép: Anyagszükséglet számolása

b.) Az **ülőrész** méretei cm-ben: 32x3x34

Az ülőrészhez szükséges anyag: szintén 25x5x400-as méretekkel rendelkező foszni deszka.
Számítás: két fosznit egymás mellé tettünk, hogy a 34 cm x 32 cm levágható legyen. Így 400: 32 ≅12 ülőrészt kaptunk és maradt egy 16x5x400-as darabunk, amiből még 5 ülőkét lehetne kivágni, ha a szálirányt megváltoztatjuk (az asztalos szakma ezt nem engedi meg). Tehát a 20 ülőke kivágásához mindenképpen szükség van a harmadik szál fosznira is.

c.) A **háttámla** méretei cm- ben: 27x2,2x42

A háttámlához szükséges anyag: colos deszka (Eldöntöttük, hogy a rendelkezésre álló deszka mérete 25x2,5x400).
Számítás: Az ülőrészhez hasonlóan számoltunk. Két colos deszkát egymás mellé téve 400:27 ≅ 14 háttámlát kaptunk, vagyis ide is szükséges a harmadik colos deszka.
Összesítve: 5 foszni = (25x5x400)x5 = 250000 cm^3= 0,25 m^3 és 3 colos = (25x2,5x400)x3 = 0,075 m^3 fa szükséges, azaz **0,325 m^3**
Az anyagköltség: (0,25 +0,075)· 600 =0,325·600 **= 195 lej**, de szárazabb anyagból 0,325· 650 = **211,50 lej**.

Megállapítások a számítással kapcsolatosan: Ez a típusú számítás nem gazdaságos, nem vettük figyelembe a maradék darabkák felhasználhatóságát. Egész deszkákat „vásároltunk”. Nem számoltunk azzal, hogy az ülőrész és a háttámla keskeny csíkokból van összeragasztva (a deformálódás miatt), így sok maradék anyag hasznosítható. A háttámla „kivágásánál” nem figyeltünk a szálirányra. Míg az ülőrésznél a száliány keresztben van, addig a háttámlához hosszanti szálirányt kellett volna vennünk.

Az asztalos nem egy adott szélességű deszkában gondolkodik, hanem megkeresi a célnak megfelelő szélességű anyagot.

A számítások kiigazítása, az asztalos számításainak bemutatása (az asztalos által elmondott számítást én mutattam be):

a.) Láb: 80x35:400 = 7 szál 4 m-es csíkra van szükség. Ezért érdemes egy 7x5 = 35 cm széles fosznit választani a lábakhoz. Ennek térfogata 35x5x400= 0,07 m^3 deszka.

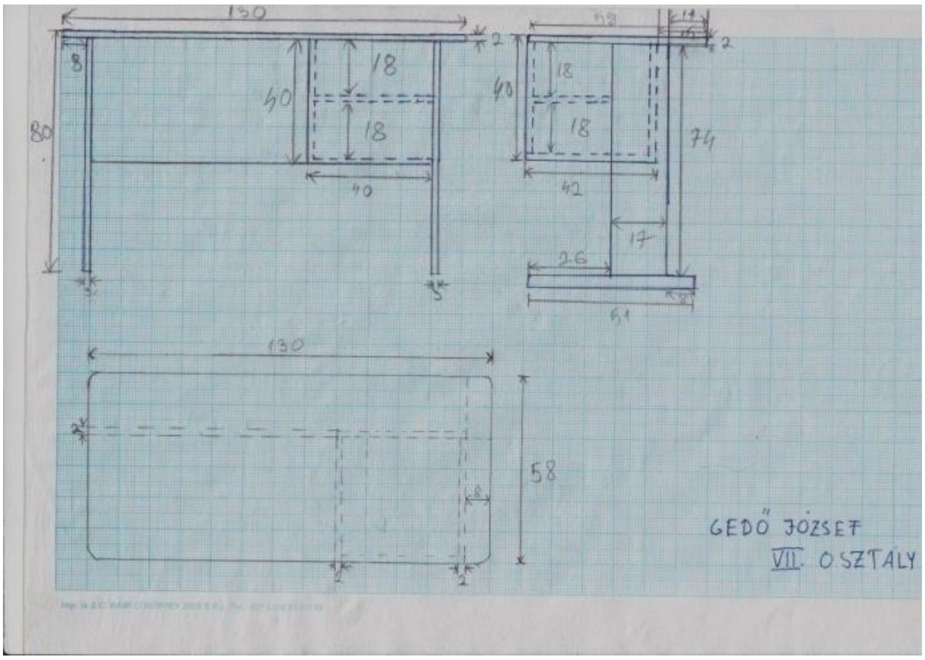
b.) Ülőrész: 400:32 ≅ 12 darab jön ki a hosszából. Az asztalos a szék 34-es adata miatt 37cm széles fosznit használna, de nem számol teljes deszkát, csak a szükséges hosszt. Tehát a deszka térfogata 37x5x32x20= 0,1184 m^3

c.) Háttámla: ahhoz, hogy a 27 cm-es szélesség meglegyen megmunkálás után, érdemes 30 cm széles anyagot választani. Mivel 400:42 = 9,5, ezért a háttámlának két szál colos deszkát gondol. Az űrmérték: 30x2,5x42x20 = 0,063 m^3.

Tehát az asztalos összesen **0,2514 m^3** anyagot számolna a 20 szék elkészítéséhez, aminek értéke **151 lej** lenne, száraz anyagból pedig **163 lej.**

- a gyermekek elkészítették a katedra méretarányos rajzát milliméteres papírra
  - a.) a diákok elvégezték a szükséges méréseket;
  - b.) a táblára felrajzoltak egy vázlatot, amin jegyezték a lemért adatokat;
  - c.) a vázlat alapján minden gyermek elkészítette a méretarányos (1:10) rajzot milliméteres papírra.

28.kép: Készül a katedra méretarányos rajza



29.kép: A katedra méretarányos rajza

A terepgyakorlattal kapcsolatos észrevételeim, kiküszöbölésre váró hibák:

- Hatékonyabb, hitelesebb lehetne a terepgyakorlat, ha az asztalos irányításával a helyszínen történne meg az anyagszükséglet kiszámítása. Igaz ez több idejét és energiáját venné igénybe a szakembernek.
- Ha mégis az osztályteremben kell a számításokat elvégezni, jobb lesz csoportokra osztani a gyerekeket. Így több megoldás születhetne, amelyeket elemezve, összehasonlítva eredményesebb lenne a munkánk és a diák is aktívabban részt venne a probléma kezelésében.
- A terepgyakorlat napján elég lett volna a méretarányos rajzot elkészíteni, és egy rákövetkező napra lehetne tenni az anyagszükséglet kiszámítását.

6.4. Régi mértékegységek a mesékben

A terepgyakorlat megnevezése: Könyvtárlátogatás (*Mértékegységek a népmesékben*)

Időpont: TERVEZET (*a szabványosítás világnapján, október 14-én lenne érdemes lebonyolítani*)

Helyszín: a Kriza János Általános Iskola könyvtára

Korcsoport: V. osztály

Időtartam: 2 óra a könyvtárban (*és a házi feladat elvégzése*), 1 óra tanteremben a házi feladatok kiértékelése céljából

A terepgyakorlat célja:

- Tudatosítani a gyerekekben, hogy a legkevésbé várt területeken is találkozhatnak a matematikával.
- Ismerjenek meg régi mértékegységeket és végezzenek játékos méréseket. Talán így az általuk ismert és használt mértékek „barátságosabbakká" válnak.
- Érzékeljék a szabványosítás bevezetésének fontosságát.
- Kutakodjanak a könyvtárban.
- Alkossanak feladatokat a megismert mértékegységekkel.

Előtudás a gyermek részéről: rendelkezzék a mértékegységekkel kapcsolatos ismeretekkel

Előkészület, eszközigény:

- A könyvtár állományából kiválogattam tíz meséskönyvet. Minden kötetben kerestem egy mesét, amelyben előfordulnak régi mértékegységek. A következőket választottam:
  - a.) Kriza János meséi (*A fortélyos leány című kötet, 2 példány*): Borsszem Jankó, A szegény csizmadia és a szélkirály
  - b.) Arany László (*Szép magyar népmesék című kötet*): Pancimanci
  - c.) Arany László (*A legszebb magyar népmesék*): Jankó és a három elátkozott királykisasszony
  - d.) Három kívánság és más magyar népmesék: Kis Jankó
  - e.) A fortélyos öreg, 99 magyar népmese: Vitéz Kálmus
  - f.) A parazsat evő paripa: Juhfijankó
  - g.) Benedek Elek (*Magyar népmesék*): Világszép Nádszál kisasszony

h.) Benedek Elek (*Magyar mese és mondavilág II.*): Támán és Ámán

i.) Benedek Elek (*Aranyszőrű bárány*): A béka

- A mesékben az alábbi mértékegységekkel lehet találkozni:
    a.) Borsszem Jankó: **hold, mázsa, mérföld, öl,** (*esztendő, nap*)
    b.) A szegény csizmadia és a szélkirály: **véka**
    c.) Pancimanci: **arasz, rőf, sing, arany**
    d.) Jankó és a három elátkozott királykisasszony: mérföld, **krajcár**
    e.) Kis Jankó: **dézsa, kupa, garas, itce, akó**, véka, öl
    f.) Vitéz Kálmus: **hétnapi járás**, öl, akó, mérföld, arasz, (*óra, esztendő*)
    g.) Juhfijankó: **métermázsa**, sing, **forint**, (*óra*)
    h.) Világszép Nádszál kisasszony: arasz, mérföld, **font**
    i.) Támán és Ámán: öl, **köböl**
    j.) A béka: arasz**, pengő**, (óra)
- Megnéztem, hogy a könyvtárnak van-e mértékegységekkel foglalkozó gyűjteménye.
- Az interneten utánanéztem, hogy a talált mértékegységekhez a gyermekek tudnak- e információt gyűjteni (*a könyvtárban van internet elérhetőség*).
- A teremben biztosítani kell tíz asztalt és húsz széket, egy állványos táblát, illetve a falumúzeumból singet és vékát.

A terepgyakorlat lebonyolítási terve:

1. Könyvtárban:

- Ráhangoló beszélgetés (*A mértékegységek szükségességéről és típusairól*).
- Minden asztalhoz leül két gyermek, kapnak egy kötetet és egy mesecímet. Megkérném, hogy a meseolvasás során jegyzeteljék ki a történetben előforduló összes mértékegységet mérőszámokkal együtt (*pl. hat ölnyi*).
- A mese elolvasása után egyeztetünk, hogy megtalálták- e az összest (*Kétszeri sikertelen keresés esetén segítek)*.
- A megtalált régi mértékegységeket kikeresik a gyűjteményből, majd a kapott értéket leellenőrzik az interneten is. Megtapasztalják, hogy a mértékek vidékenként változhatnak, nem mindig kapnak egyértelmű információt. (*szünet*)
- Egy nagy lapon összesítjük a talált mértékegységeket, osztályozzuk őket (*távolság, tömeg…)*.

- A táblázatot (*2. melléklet, A.*) előre kinyomtatom, hogy mindenki egy példányt hazavihessen.
- Különböző színű cérnából levágjuk, felcímkézzük az arasznyi, rőfnyi, ölnyi hosszúságokat.
- Megbeszéljük, hogy mi található tőlünk egy mérföldnyire és, hogy Székelyudvarhely hány mérföldre van Kápolnásfalutól *(≈ 3 magyar mérföld*).
- Mérlegen kimérünk egy latnyi és egy fontnyi cukrot (*„Sokat nyom a latba?”*).
- Kiszámoljuk, hogy egy 2,5 literes üdítő hány icce *(≈ 3 icce*), majd el is fogyasztjuk.
- Megnézzük a vékát és a singet, mint múzeumi tárgyat.
- A gyermekek elkészítik Pancimanci makettjét, aki 3 arasznyi, 2 rőf a bajusza és 1 sing a szakálla (n*égyes csoportokban, papírból és fonalból*).
- A teremben végzünk néhány mérést (színes cérnából levágunk egy rőfnyit, egy arasznyit és egy ölnyit):
    - asztal méretei (*arasz*)
    - polc szélessége (*arasz)*
    - a könyvtárterem hosszúsága, szélessége, magassága (*rőf=sing, öl*)
    - A könyvtárterem alapterülete (*négyszögöl*) és űrtartalma (*köböl*)
  - Minden mérést legalább három gyerek megismétel, hogy a hibalehetőséget jobban kiszűrjük.
- Feladom a házi feladatot: Alkossanak egy szöveges feladatot, amelyben szerepelnek régi mértékegységek.

2. A tanteremben:

- A gyermekek bemutatják az általuk elkészített feladatokat és megoldásaikat.
- Bejátszok egy kis filmet a szabványosításról (*Demó, de elegendő*).

http://videa.hu/videok/tudomany-technika/si-mertekegysegek-dvd-fizika-mertekegyseg-1pnzJkiUem9wF0lE

(letöltve: 2014.06.15.)

Zárásképpen elolvashatjuk a sepsiszentgyörgyi Nemere napilapban *(1876. 01.08.)* megjelent versikét (*2. melléklet, B*.), amit egy jó kedélyű segédjegyző faragott. A versből kitűnik, hogy a kor emberének nem lehetett könnyű a nemzetközileg megállapított mértékekre való áttérés.

6.5. Pénzügyi nevelés I.

A terepgyakorlat megnevezése: A tudatos vásárló

Időpont: 2013 és 2014 áprilisa

Korcsoport: V. osztályosok (27 illetve 18 fő)

Időtartam: 2 óra terepen és 2 óra adatfeldolgozás az osztályteremben

Helyszín:

I. alkalom: a falu két forgalmasabb élelmiszerboltja (nem önkiszolgáló)
II. alkalom: a településen található önkiszolgáló üzlet

A program célja:

- A gyermekben tudatosodjon, hogy egy termék ára nemcsak a kereskedőtől függ, hanem a termékben található „hasznosanyag" mennyiségétől, azaz a minőségtől, a mennyiségtől, a csomagolástól stb.
- A gyermek figyeljen a termékekre feltüntetett mértékegységekre, értse azokat.
- Fejben számoljon egységárat (kerekítést használva) és az szerint döntse el, hogy az illető termék „ megéri-e az árát?".

Eszközigény: munkalap (*1- es melléklet*), írószer

Előkészület:

- engedély megszerzése az üzlet vezetőjétől, időpont egyeztetése
- a munkalap összeállítása

Előtudás a gyermek részéről:

- ismerje a tömeg mértékegységeit és a pénzegységeket
- jó ha van az aránnyal és százalékkal kapcsolatosan egy minimális alapismerete

A terepgyakorlat lebonyolítása:

I. alkalom

1. A gyermekek párossával bementek az első üzletbe. Az általam megnevezett néhány terméknek lejegyezték a nevét, tömegét vagy „hasznos” anyagtartalmát %- ban, árát.
2. A lejegyzett árak alapján az üzletből kijött párok fejben kiszámolták a kerekített egységárakat.

30. kép: Az első üzletben

3. A feladatot megismételtük a másik üzletben is, figyelve arra, hogy a program során minden gyereknek jusson minden feladattípusból.
4. A terepgyakorlatot követő napon az osztályteremben megbeszéltük az előző nap élményeit, tapasztalatait, majd elvégeztük számológép segítségével *(akkor még nem tudtak tizedes törttel számolni)* a pontos számolásokat. A kapott értékeket összehasonlítottuk a fejben számolt értékekkel. A legnagyobb eltérés 2 lej volt.
5. Elvégeztük a munkalapon feltüntetett összehasonlításokat.
6. Megbeszéltük, hogy mit jelent a ketchup-os üvegen feltüntetett 20% paradicsomtartalom, vagy a csokoládéban a 30% kakaótartalom...Megértették, hogy ezeknek a termékeknek az ára mitől függ leginkább.
7. Összehasonlítottuk a két üzlet árait (azonos termékeknél). Általánosan nem tudtuk kijelenteni, hogy melyik üzletben lehet olcsóbban vásárolni, csak termékekre vonatkozóan lehetett döntést hozni.

Az I. terepgyakorlat lebonyolítása során szerzett tapasztalatok:

1. Mivel az üzletek kis méretűek és a lakosság vásárlását sem zavarhattuk, egyszerre 1-2 pár gyermek tudott bemenni az üzletbe. Így nem volt lehetőség arra, hogy a teljes munkalapot kitöltsék a párok. Fel kellett osztani a feladatokat.
2. Az egyik kiszolgáló folyamatosan a rendelkezésünkre kellett álljon.
3. A gyermekek szívesen végezték az adatgyűjtést, kevesellték a feladatot.
4. Meglepő, hogy a gyermekek többsége mennyire nem jártas az üzletben, a többségük most foglalkozott először a csomagoláson feltüntetett felirattal. A szülők nem bíznak a gyermekre több tételes vásárlást, nem végeznek közös számításokat. A tanulók többsége „szófogadó vásárló”.

Következtetés:

1. Ezt a programot hatékonyabban lebonyolíthatnánk egy önkiszolgálóban.
2. Ahhoz, hogy a mértékegységekkel biztonságosabban bánjon a gyermek, gyakrabban kellene hasonló programot szervezni a számukra.

<u>II. alkalom</u>

1. A munkalap megegyezik az előző évben használttal.

31. kép: Az önkiszolgálóban

2. A faluban létesült egy önkiszolgáló, így ugyanannyi idő alatt mint az első alkalommal, minden gyermek elvégezhette a teljes adatgyűjtést és egységárszámolást.
3. Az osztályteremben a leggyakrabban jegyzett termékeknek (*mert tetszőleges márkájú terméket választhattak*) számoltunk pontos egységárat.
4. Közösen elvégeztük a munkalapon jelölt összehasonlításokat.

32. kép: Munkalap az üzlet meglátogatása után

A II. terepgyakorlat során szerzett tapasztalatok:

1. Beigazolódott, hogy az önkiszolgáló alkalmasabb terep.
2. Hibák:

- a mosószernél nem minden pár figyelt oda, hogy azonos fajtát kell lejegyezni, ahhoz, hogy a csomagolás adta veszteség kitűnjön;
- van aki automatikusan a kerekített árat jegyezte le (2,90 helyett 3 lej) ;
- volt pár aki nem értette a teljes tömeg és a szárazanyag tartalom közti különbséget és nem is kérdezett rá.

3. A programot minden gyerek kedvelte, függetlenül attól, hogy mennyire jó matekes az iskolapadban. Az egységár számolásánál kiderült, hogy ki mennyire van tisztában a mértékegységekkel, mennyire tud fejben számolni, de a termék megkeresése és az információk megszerzése egy másfajta tudást igényelt és ez a kétféle tudás nem mindig volt szinkronban.
4. Az első terepgyakorlaton részt vett gyermekekkel könnyebb volt a következő évben az arány és a százalék fogalmát tanítani, volt mihez kapcsolják az elméletet.

Javaslatok a terepgyakorlat javítása érdekében:

1. A munkalap II. és III.-as részéhez is érdemes az ár oszlopot betenni, így még több összehasonlítást lehet végezni
2. Ha időben megoldható lenne, jó volna folytatni a programot egy irányított „ üzletes "szerepjátékkal vagy lehetne egy konkrét vásárlást végrehajtani (pl. egy sütemény receptjében szereplő alapanyagokat megvásárolni és a süteményt elkészíteni a kultúrotthon konyháján).

A témához kapcsolódó új ötlet:

Hasonló gyakorlatot lehetne végezni egy építkezési anyagokat és festéket forgalmazó üzletben. Egy lakás (*a Net-en kinézhetnénk eladó házakat, vagy kiválasztanánk néhány tanulónak a házát*) felújításának megtervezése után kiszámolható lenne az anyagszükséglet és az üzletben megnéznénk, hogy miből mennyit és mennyiért lehetne megvásárolni. Esetleg az üzletben lejegyzett árakat összehasonlíthatnánk egy Net- en lebonyolítható vásárlással.
Ez a program a terület és kerület számításokra lenne felépítve.

6.6. Pénzügyi nevelés II.

A terepgyakorlat megnevezése: A banki szerződéskötés alapjai

Időpont: 2014 áprilisa

Korcsoport:a VI. osztály (*20 tanuló*)

Időtartam: 3 óra terepen és 2 óra adatfeldolgozás az osztályteremben

Helyszín: egy szentegyházi bank

A program célja:

- A lakosság jó ha már ifjú korban ismeretet szerez a pénz kezelési lehetőségeiről és idejében megtapasztalja, hogy a pénzügyi döntéseket, szerződéskötéseket mindig számolások kell, hogy megelőzzék
- A tanulók alkalmazzák a százalékszámítást konkrét problémán keresztül

Eszközigény: a bank szórólapjai, jegyzetfüzet, írószer, számológép, számítógép, projektor

Előkészület:

- engedély megszerzése a bank vezetősétől, időpont és téma egyeztetése

A számítások matematikai háttere:

1. Megtakarítás kiszámítása

   a.) Ha a pénzt minden év végén tőkésítik:

   Betett összeg: 1000 RON

   Kamat: 4% *(igazából 3,75%, de kezdő szinten inkább a kerekített értéket használtuk)*

   Futamidő: 4 év

   Az első év végén: $1000 \cdot \frac{104}{100} = 1000 \cdot 1{,}04$

   A második év végén: $(1000 \cdot 1{,}04) \cdot 1{,}04 = 1000 \cdot (1{,}04)^2$

   A harmadik év végén: $1000 \cdot (1{,}04)^3$

   A negyedik év végén: $1000 \cdot (1{,}04)^4 = 1169{,}85$ RON

   b.) Ha a pénzt negyedévente tőkésítik:

   Betett összeg: 1000 RON

   Kamat: 4%, negyedévente $\frac{4}{100} : 4 = 0{,}01$

   Futamidő: 4 év = 16 negyedév

   Az első negyedév végén: $1000 \cdot 1{,}01$

   A második negyedév végén: $1000 \cdot (1{,}01)^2$

   ...

   A tizenhatodik negyedév végén: $1000 \cdot (1{,}01)^{16} = 1172{,}57$RON

Általános képlet: $T = t \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ ahol t a betett összeg, p a kamatláb (*éves kamat / időszakok száma*), n a futamidő (*év · időszakok száma*)

2. Havi részlet kiszámítása egy adott kölcsön esetében (*az alábbi számadatok egy szórólapon szereplő konkrét példa adataival azonosak*)

Felvett összeg: PV = 18000 RON

Kamat: 10,08% (THM)

$r = \frac{10{,}08}{100} : 12 = 0{,}0084$ (havi kamat)

Futamidő: n = 5 év = 5·12 = 60 hónap

Jelölje x a havi részletet.

1. hónap után a hátramaradt összeg: $18000 \cdot 1{,}0084 - x$
2. hónap után a hátramaradt összeg: $(18000 \cdot 1{,}0084 - x) \cdot 1{,}0084 - x = 18000 \cdot 1{,}0084^2 - x \cdot 1{,}0084 - x$
3. hónap végén a hátramaradt összeg: $(18000 \cdot 1{,}0084^2 - x \cdot 1{,}0084 - x) \cdot 1{,}0084 - x = 18000 \cdot 1{,}0084^3 - x \cdot 1{,}0084^2 - x \cdot 1{,}0084 - x$

.
.
.

A 60. hónap végén a hátramaradt összeg:

$18000 \cdot 1{,}0084^{60} - x \cdot 1{,}0084^{59} - \ldots - x \cdot 1{,}0084 - x = 0$

$18000 \cdot 1{,}0084^{60} - x \cdot (1{,}0084^{59} + \ldots + 1{,}0084 + 1) = 0$

A mértani sorozat első 60 tagjára alkalmazva az összegképletet, kapjuk:

$18000 \cdot 1{,}0084^{60} - x \cdot \frac{1{,}0084^{60} - 1}{1{,}0084 - 1} = 0$

$18000 \cdot 1{,}65 - x \cdot \frac{1{,}65 - 1}{1{,}0084 - 1} = 0$

$29700 - x \cdot 77{,}38 = 0$

$x = 383{,}82$

Általánosan: $PV \cdot (1+r)^n - x \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = 0$

$$PV \cdot (1+r)^n - x \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$$

$$PV \cdot (1+r)^n = x \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$PV = x \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}$$

$$PV = x \cdot \left(\frac{(1+r)^n}{r \cdot (1+r)^n} - \frac{1}{r \cdot (1+r)^n}\right)$$

$$PV = x \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r \cdot (1+r)^n}\right)$$

Előtudás a gyermek részéről:

- Tudjon %- ot számítani.

A terepgyakorlat lebonyolítása:

1. A gyermekcsapattal átsétáltunk a szomszéd településre, Szentegyházára.
2. A bankban a helyi vezető tartott egy előadást (kb. 1 óra), amelyből kiderült, hogy a bank milyen sokoldalú szolgáltatást kínál a lakosságnak: folyószámla vezetés, értékmegőrző lehetőség, átutalások, pénzváltás, biztosítás kötése, megtakarítások, hitelek. Különösen kihangsúlyozták a gyermekeket érintő „termékeket", amelyeknél nincs kamat megállapítva.

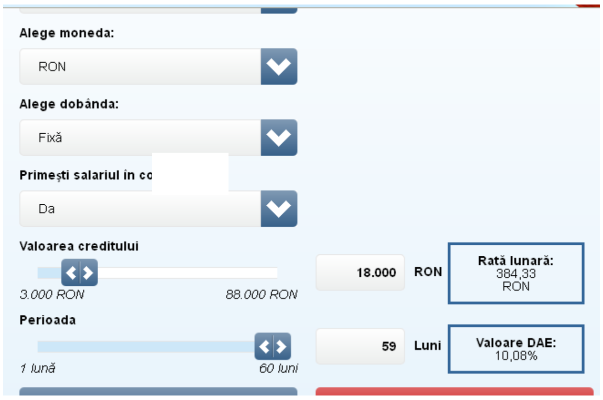
33. kép: A bank bemutatása

Többek között azt is megtudtuk, hogy a hitelek esetében nem a sima kamatlábra, hanem a DAE (*Teljes hiteldíj mutató*) értékére kell figyelni és, hogy ez tartalmazza a kamatot, különböző díjakat és kezelési költségeket.

3. Bemutatták a pénzszámoló és valutavizsgáló gépet és kaptunk néhány szórólapot.
4. A következő napon az osztályteremben folytattuk a programot. A szórólapok közül kiválasztottunk egy megtakarításról illetve egy hitelről szólót.
5. Négy csoportra osztottam az osztályt úgy, hogy minden csapatba jusson jó illetve gyengébb képességű gyerek egyaránt.
6. Először közösen kiszámítottuk, hogy egy adott összeg egy év illetve néhány év után mennyit kamatozik (*a szórólapon feltüntetett kamatláb szerint*). Tisztáztuk a kamatos kamat fogalmát és elkészítettük a megtakarításra alkalmazható képletet.
7. Kiszámítottuk ugyanarra az összegre a kamatot, ha a tőkésítés negyedévente történik. Megállapítottuk, hogy a végösszeg így magasabb lesz.

8. A csapatok egy általam meghatározott összegre és futamidőre önállóan kiszámították a kamatot.
9. Ismertettem a hitel esetében a havi részlet kiszámításának kezdő lépéseit. A végső képlet elkészítése meghaladja az általános iskolás szintet, de a gyermekek megtapasztalhatták, hogy ez a probléma is a matematika nyelvén leírható.
10. A kész képletbe behelyettesítettük a szórólapon megadott minta adatait és számológéppel elvégeztük a számításokat. Vagyis a mi számításaink szerint a havi részlet 383,82 RON lett. Ehhez képest a szórólapon az eredmény 379 RON.
    Így az öt év leteltével a visszafizetett összeg körülbelül a felvett összeg 26,3%- ával lesz több (*ideális helyzetben, ha nem fog késedelmi kamat is terhelni*).

34. kép: Mennyi lesz a megtakarítás?



35. kép: A bank szimulátora mennyi havi részletet számolt?

11. A bank weboldalán található szimulátor (*az általunk beírt összegre és futamidőre kiszámolja a havi részletet*) használatával kiszámítottuk az adott esetre a havi részletet. Itt az eredmény 384,33 RON, ami nagyon közel van a mi eredményünkhöz.
12. Megnéztük, hogy ugyanarra az összegre, de más futamidőre a havi részlet mennyi lesz, illetve hogyan változik a THM értéke, ha a fizetésünk nem az illető bank folyószámlájára érkezik.
13. A csoportok tetszőleges feladatokat szimulálva különböző összehasonlításokat végeztek. Mindez egy projektor segítségével volt látható minden gyerek számára.

A terepgyakorlat lebonyolításával kapcsolatos észrevételek, javaslatok:

1. A bank weboldalának kivetítése mellett jó lett volna, ha minden gyermek számítógép előtt ül, mindenki végzi a számításokat és kedvére próbálgathatja a szimulátort. Következésképpen érdemes az adatfeldolgozó órát az informatika-teremben tartani és a diákok legfeljebb párban dolgozzanak.
2. A megtakarítás kiszámolását kiterjeszthetnénk olyan esetre is, amikor az éves kamaton kívül még évente lenne egy betett fix összeg.
3. Talán a VII-VIII. osztályos gyerekek még nyitottabbak lennének a pénzügyi nevelésre. Ezt a programot érdemes lenne nagyobb gyermekekkel is kipróbálni. Velük már figyelembe vehetnénk a késedelmi kamatot is.

6.7. Meteorológia és grafikon

A terepgyakorlat megnevezése: Látogatás a szentegyházi meteorológiai állomásra

Időpont: TERVEZET

Korcsoport: VII. osztályosok

Időtartam: 1,5 óra terepen és 1 óra teremben

A terepgyakorlat célja:

- Bepillantást nyújtani egy olyan komplex szakmába, amely magas szintű földrajzi, fizikai, kémiai és matematikai tudást igényel
- Megismertetni a mérésekhez használatos műszereket, külön hangsúlyt adva a mértékegységeknek
- Tisztázni az előrejelzés fogalmát, lehetőségét helyi szinten
- Adatokat gyűjteni és feldolgozni (grafikonokat készíteni), elemezni.

Előfeltételek, előtudás a gyermekrészéről:

- Ismerje a derékszögű koordináta- rendszert, tudjon értékeket bejelölni

A terepgyakorlat előkészítése, eszközigény:

- Időpontot egyeztetni a meteorológiai- állomás házigazdájával
- Milliméteres papír beszerzése

A terepgyakorlat lebonyolításának tervezett lépései:

1. A házigazda bemutatójának meghallgatása
2. Gyermekek kérdéseinek megválaszolása
3. Pillanatnyilag háromféle mérés történik az állomáson: hőmérséklet, páratartalom és csapadékmennyiség mérése. Az utolsó (vagy egy csapadékosabb) teljes hónap adatait lejegyeznénk, esetleg adathordozóra mentenénk.
4. Az iskolába visszatérve a gyermekek grafikonokat rajzolnának először milliméteres papírra, majd a megfelelő táblázat elkészítése után az Excel program segítségével, számítógépen. Elképzelésem szerint csoportokra osztanám a gyerekeket, minden csoport más hétnek az adatait rajzolná meg, majd a különböző hetek grafikonjait összehasonlítanánk, elemzéseket végeznénk. A heti grafikonokat egymás mellé illesztve megkapjuk a havi grafikont is.

   A hőmérséklet-változásokat vonaldiagram segítségével jelenítenénk meg, a csapadékmennyiség értékeit oszlopdiagramon jelölnénk. A páratartalomnál kiválasztanánk a legalacsonyabb illetve a legmagasabb értékeket és ezekről kördiagram készülne.

   Számítógépen mindenki a teljes havi grafikont készítené el.

7. További tervek, elképzelések

1. Szentegyházán van egy kis műhely, ahol fém alkatrészeket készítenek benzinkutakhoz. A gyermekekkel ellátogatva végigkísérünk egy folyamatot, ahogy a terven lévő adatokat (különböző nézetek alapján) átgondolva, fémlemezekre kirajzolják a vágások helyeit, majd a kivágott anyagokat összehegesztve elkészítik a szükséges alkatrészt.
Az iskolába visszatérve, mi is készítenénk az adott terv alapján egy méretarányos alkatrészt vastag kartonból (hogy a „reális" anyagvastagsággal dolgozzunk, ha szükséges, több kartont is összeragasztunk).

2. Az osztálykirándulásainknak egyik legkedveltebb célállomása Marosvásárhely. Kisebb diákokkal a vár és vártemplom, a kultúrpalota megtekintése jelenti a program kulturális részét. Nagyobb korosztállyal már érdemes a Teleki-Bolyai könyvtárat meglátogatni. A két matematikus életébe, munkásságába bepillantva (a korosztálynak megfelelően) a gyermekek rálátást szereznek a hiperbolikus geometriára. Erre az élményre lehet alapozni egy nemeuklideszi geometriával foglalkozó „Tudj többet! Légy jobb!" hetet. Általános iskolás szinten a gömbi geometria bizonyul erre alkalmasnak. Természetesen, a cél nem a jövő pilótáinak kinevelése, de egy szórakoztató és gondolatébresztő hét lehetne. Eszköznek használhatnánk a kereskedelemben kapható műanyag gömböt, narancsot vagy esetleg (ha sikerül beszerezni) a Lénárt féle gömbkészletet. Szerintem ez a program több lenne egy átlagos tanulmányi kirándulásnál, mivel a terepen való ráhangolódást hasznos munkavégzés követné.

3. Szeretnék egy foglalkozást az aranymetszésnek is szentelni. A terepi adatgyűjtés előtt az iskolában ismertetném az aranymetszés szabályát (rögzítés gyanánt, páros munkában, a gyermekek leellenőrzik, hogy a testük mennyire képviseli ezt a „harmóniát sugárzó" arányt). Székelyudvarhelyen épületeket, plakátokat, a parkban növényeket *(ha találnánk csigaházat stb.)* vizsgálnánk meg, „rendelkeznek-e a nevezetes aránnyal?"
Az épület (pl. színház) adatainak megállapításához szögmérőt használnánk. Hazaérkezve mi is készítenénk plakátokat az adott arány betartásával. Ez a szakma ma is alkalmazza az aranymetszést.

8. Záró gondolatok

Az általam bemutatott néhány terepgyakorlat, természetesen, nem meríti ki a téma adta lehetőségeket, sőt a leírtak is folyamatosan csiszolhatóak. Úgy, ahogy egy témakört nem tudunk két egymást követő nemzedéknek egyformán megtanítani, úgy az egy témára vonatkozó terepgyakorlatot sem lehet egyformán végrehajtani. Biztos vagyok benne, hogy a többszöri ismétlések a módszerek további letisztulását hozzák, és a dolgozatommal megtettem az ide vezető első lépéseket. A diákokkal örömteli, matematikához kapcsolódó munkavégzésben volt részünk, aminek hozadéka későbbre várható. A legtöbb gyakorlatot a 2010-2014-es évfolyam gyermekeivel végeztem. Jó érzéssel töltött el, hogy a „ballagási" búcsúbeszédükben megemlítették ezeket a foglalkozásokat. Ebbe a pozitív élménybe kapaszkodva, úgy érzem, érdemes volt kipróbálni a terepen való tevékenykedést és feltétlenül folytatni is kell.

A magasságmérés és anyagszükséglet kiszámításai után, a fent említett gyerekek *(akkor VII. osztályosok voltak)* javasolták a területmérést, mint terepgyakorlatot. Úgy érzem, ez lett a terepgyakorlatok „gyöngyszeme", amelyhez nagy mértékű segítséget nyújtott Mihály István szentegyházi születésű földrajz szakos tanár. Ezúttal is köszönöm neki.

Szintén ennek az osztálynak volt a javaslata a házépítéshez szükséges anyagmennyiség kiszámolása. Ezt egy következő generációval ki is fogjuk próbálni, vagyis az eddig elvégzett munka az újabbak elkezdését teszi lehetővé.

Pólya György[7] szavaival zárnám a dogozatomat. Szeretném, ha a tanárokra vonatkozó gondolata az én pályámat is végigkísérné:

> „ ... egyetlen oktatási módszer sincs, mely *a* módszer volna; ahány jó tanár, annyi jó módszer. Ahhoz, hogy eredményesen taníthasson, a tanárnak fejlesztenie kell tárgya iránti fogékonyságát; nem értetheti meg tanítványaival e tárgy elevenségét, ha egyszer maga sem fogta azt fel. Nem ébreszthet lelkesedést, ha ő maga nem lelkesedik. Az a mód, ahogy a lényeget kiemeli, éppoly fontos lehet, mint maga a lényeg; ezt magának is éreznie kell; állandóan tökéletesítenie kell önmagát, személyiségét."

9. A terepgyakorlat feladataival rokon problémák

Kiválogattam a PISA (*Programme for International Student Assessment*)- felmérések nyilvánosságra hozott feladatai[12] közül néhányat. Van köztük méréssel, területszámítással, hosszúság-meghatározással, grafikonokkal kapcsolatos feladat. Ezekkel a példákkal is szeretném érzékeltetni, hogy a mai oktatási rendszerünk elvárja diákjainktól (nemzetközi szinten) a praktikus, gyakorlatias gondolkodást. A feladatok egyszerűek, mégis az eredmények gyengék. Ezeken a teszteken csak akkor fognak jól teljesíteni a diákjaink, ha az oktatási módszereink és még sok más összetevője az oktatásnak még inkább a gyakorlatiasság fele hajlik.

A. „Könnyű" feladatok

„I. feladat: Alább az Antarktisz térképe látható:

1. kérdés: Mekkora a távolság a Menzies-hegy és a Déli-sark között? (A becsléshez használd a térkép méretarányát!)

A A távolság 1600 km és 1799 km között van.

B A távolság 1800 km és 1999 km között van.

C A távolság 2000 km és 2099 km között van.

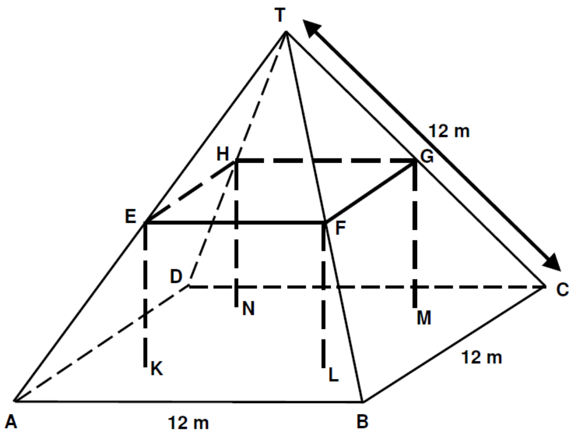
D Nem lehet meghatározni.

[12] http://www.oktatas.hu/kozneveles/meresek/pisa/peldafeladatok_pisa

2. kérdés: Becsüld meg az Antarktisz területét a térképen feltüntetett méretarány segítségével! Írd le a számításaidat és azt, hogyan végezted el a becslést! (Rajzolhatsz is a térképre, ha ez segít a becslésben.)

II. feladat: Az alábbi fényképen egy vidéki házat látsz, amelynek tetőszerkezete piramis alakú.

Egy tanuló a következő képpen modellezte a háztető szerkezetét (méretekkel kiegészítve).



A padlástér padlózata egy négyzet, amit ABCD-vel jelölünk. A tetőszerkezetet tartó gerendák egy téglatest éleinek foghatók fel. Jelöljük ezt a térbeli alakzatot EFGHKLMN-nel! E az AT szakasz, F a BT szakasz, G a CT szakasz, H pedig a DT szakasz felezőpontja. A piramis minden éle 12 méter hosszú.

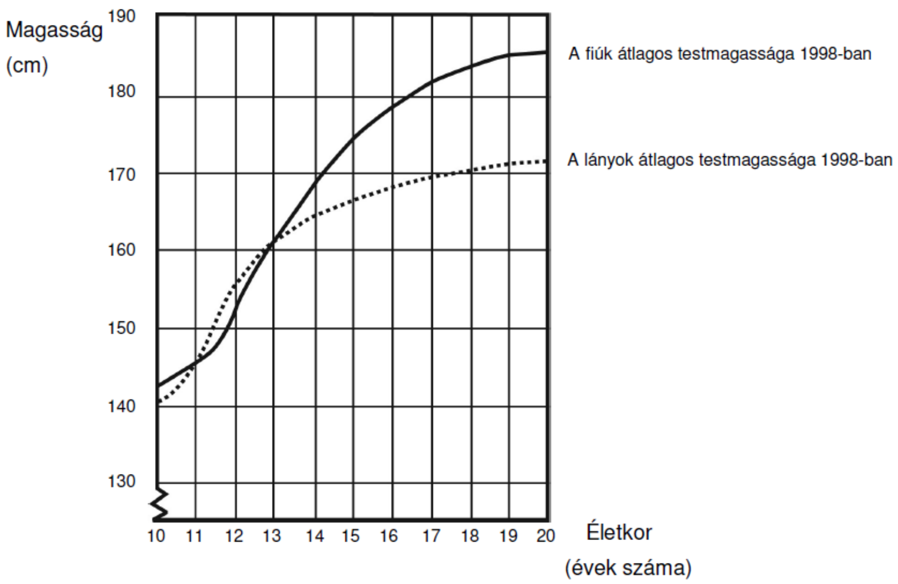
1. kérdés: Számold ki a padlástér padlózatának (ABCD) területét!

A padlástér (ABCD) területe = ____________ m^2

2. kérdés : Számold ki az EF szakasz, azaz az egyik gerenda hosszát!

Az EF szakasz hossza = ______________ m.

III.feladat: A holland fiatalok (fiúk és lányok) átlagos testmagasságát mutatja 1998-ban a következő grafikon:



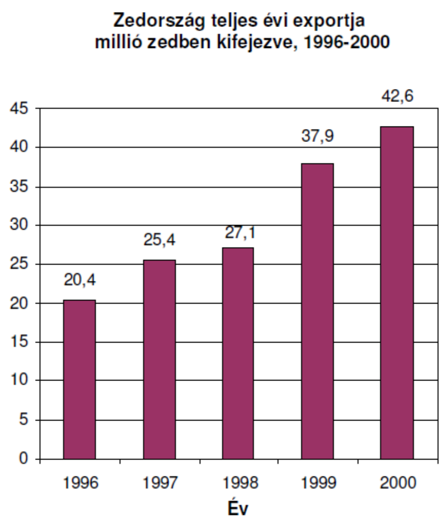
1.kérdés: 1980 óta a 20 éves lányok átlagos magassága 2,3 cm-rel nőtt, és elérte a 170,6 cm-t. Mekkora volt a 20 éves lányok átlagos magassága 1980-ban?

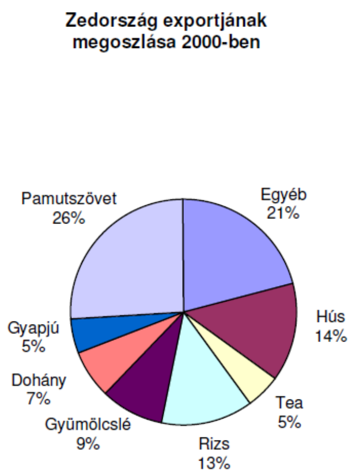
Válasz: .... cm

2. kérdés: Magyarázd meg, mi mutatja azt a grafikonon, hogy a lányok átlagos növekedése 12 éves kor után lelassul!

....
....
....

IV.feladat: Az alábbi diagramok Zedország exportjáról szolgálnak adatokkal. Zedországban zed a pénznem.





1.kérdés: Mennyi volt Zedország exportjának összértéke (milliózedben) 1998-ban?

Válasz: ....

2.kérdés: Milyen értékben exportált gyümölcslevet Zedország 2000-ben?

A	1,8 millió zed	D	3,4 millió zed
B	2,3 millió zed	E	3,8 millió zed”
C	2,4 millió zed		

B. „Nehezebb” feladatok

A terepgyakorlat elvégzése utáni napokban, az aktuális témához igazodva, meg lehet oldani néhány logikai feladatot is. Ehhez válogattam össze különböző feladattípusokat, követve a mérés, mértékegység, százalék témaköröket. Természetesen a feladatok némelyike nehéz, ezért a megoldásukat meg kell előzze, több hasonló, egyszerűbb feladat is (*fokozatosság elve)*.

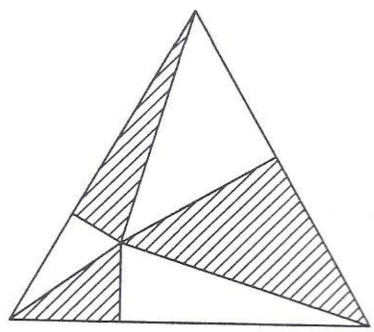
MÉRÉS, MÉRTÉKEGYSÉG

1[13]. Egy háziasszony egy 3 literes és egy 5 literes edény segítségével pontosan 4 liter vizet akar egy tartályba kimérni. Hogyan járjon el? Hát 2 liter víz kimérése esetén?

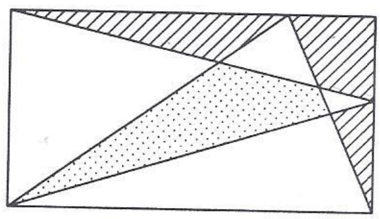
2[14]. Huszonegy, látszólag egyforma érménk van. Az egyik nehezebb, mint a többi. Hány összehasonlító mérést kell végeznünk a kétkarú mérleggel, hogy megtaláljuk a legnehezebb érmét?

TERÜLET, TÉRFOGAT

3.[15] Szabályos háromszög belső pontját a csúcsokkal kötöttük össze, és merőlegeseket állítottunk az oldalakra. Mutassátok ki, hogy a vonalkázott rész területe egyenlő a jelöletlen rész területével!

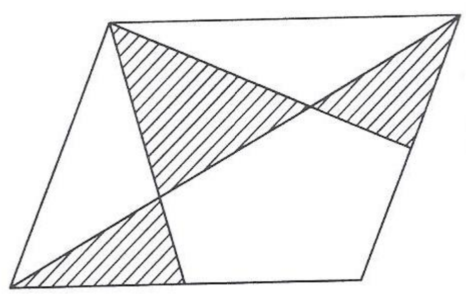


4.[15] A téglalap két szomszédos oldalának egy-egy tetszőleges pontját a szemközti csúcsokkal kötöttük össze. Mutassátok ki, hogy a vonalkázott részek területe egyenlő a pöttyözött rész területével!



[13] Tuzson Zoltán: Hogyan oldjunk meg aritmetikai feladatokat?
[14] Jean-Claude Baillif: Logikai sziporkák
[15] Róka Sándor: 2000 feladat az elemi matematika köréből

5.[15] Paralelogramma egy csúcsát a szemközti oldalfelező pontokkal kötöttük össze, és megrajzoltuk a paralelogrammának azt az átlóját, amelyik nem illeszkedik a kiszemelt csúcsára. Az egész síkidom területének hányad része a vonalkázott terület?



6[16]. Drótból elkészítettük egy kocka élvázát. Összesen 48 cm drótot használtunk fel. Készítettünk egy téglatestet is, melynek $\underline{b}$ éle a $\underline{c}$ élnek a fele, és $\underline{b}$ az $\underline{a}$ él háromszorosa. A téglatest térfogata $\frac{9}{4}$ részre a kocka térfogatának. Hány cm drótot kell felhasználni a téglatest élvázának az elkészítéséhez?

ARÁNY, SZÁZALÉK

7.[16] Az autó hűtőrendszerét vízzel töltöttük fel. Eresszük le a víz negyedrészét, és töltsük fel a hűtőt fagyálló folyadékkal. Ismételjük meg ezt az eljárást: eressszük le a hűtőben levő folyadék negyedrészét, majd töltsük fel a hűtőt újra tiszta fagyálló folyadékkal! Ismételjük meg ezt még kétszer! Határozzuk meg a negyedik feltöltés után a fagyálló folyadék és a víz arányát.

8.[16] Kati és Éva januárban ugyanannyi lejt tett a takarékba. Kati februárban 20 %-kal többet, mint januárban, és márciusban 20 %-kal kevesebbet, mint februárban. Éva februárban 40-kal kevesebbet, mint januárban, és márciusban 40-kal többet, mint februárban. Három hónap alatt ketten együtt 840 lejt gyűjtöttek. Mennyit gyűjtöttek az egyes hónapokban külön-külön?

9.[13] 68%-os és 78%-os kénsavoldatunk van. Milyen arányban kell keverjük ezeket, és melyikből mennyire van szükség 100 g 70%-os oldat előállításához?

---

[16] Pogáts Ferenc: Varga Tamás Matematikai Versenyek

10. Eredmények, megoldások

A PISA felmérés feladatainak megoldása:

I. feladat

1. kérdés: B (1800 km és 1999 km között van)

2. kérdés: 12 millió és 18 millió km^2 között elfogadható a becslés. Jó megoldásnak bizonyul, ha téglalap, négyzet, kör kiegészítéseket alkalmaz, vagy berácsozza a térképet, esetleg geometriai alakzatok területösszegével jut el az eredményhez.

II. feladat

1. kérdés: $AB^2 = 144$

2. kérdés: TABΔ- ben középvonal, EF = 6

III. feladat

1. kérdés: 168,3

2. kérdés: kisebb a grafikon meredeksége.

IV. feladat

1. kérdés: 27,1 millió

2. kérdés: E (42,6 · 0,09 = 3,8 millió zed)

A logikai feladatok megoldásai:

1.” Készítsük el a mellékelt ábrán látható táblázatot, ahol a *be, át,* és *ki* szavakkal azt jelezzük, hogy az éppen aktuális állapotban valamelyik üres edénybe beletöltöttük az űrtartalmának megfelelő vízmennyiséget (tehát teletöltöttük); illetve átöntöttünk folyadékot egyik edényből a másikba, vagy éppen valamelyik edény tartalmát kiönthetjük, ha akarjuk, a tartályba is. Egyvonalas aláhúzással azt hangsúlyoztuk ki, amikor egy üres edényt teletöltünk, kétvonalas aláhúzással pedig azt, amikor egy teli edény tartalmát kiöntöttük. A kérdésre a választ (beleértve a töltögetés folyamatát is) a mellékelt táblázatból olvashatjuk ki.”

2. „Legfeljebb három mérésre van szükség. Az elsőnél hét érmét teszünk mindkét serpenyőre. Ha a mérleg kibillen, a nehezebb érme a megfelelő serpenyőn lévő hetes csoportban van. Ha egyensúlyban marad, a nehezebb érme a félretett hét érme között található. A második mérésnél a nehezebb érmét tartalmazó hetes csoportból három-három érmét teszünk a serpenyőkre. Ha a mérleg egyensúlyban marad, akkor a félretett érme a nehezebb, ha nem, az elbillenés iránya megmutatja, hogy a keresett érme melyik hármas csoportban van. A harmadik mérésnél a nehezebb érmét tartalmazó hármas csoportból egyet-egyet teszünk a serpenyőkre. Ha a mérleg egyensúlyban van, a félretett érme a nehezebb; ha nem, az elbillenés iránya megmutatja, hogy melyik a nehezebb érme.

Sor-szám	5 literes	3 literes	Mit tettünk?
1.	0	3	be
2.	3	0	át
3.	3	3	be
4.	5	1	át
5.	0	1	ki
6.	1	0	át
7.	1	3	be
8.	4	0	át
9.	4	3	be
10.	5	2	át
11.	0	2	ki
12.	2	0	át

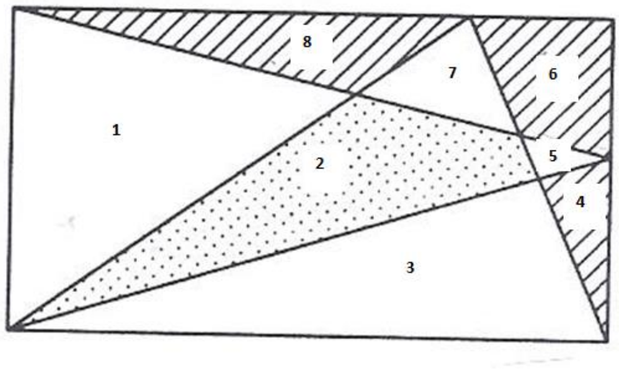
Megjegyzés: Figyeljük meg a töltögetések algoritmikus jellegét! Induláskor a kisebb űrtartalmú edényt töltjük tele, ezzel addig merítünk (vagyis annyiszor töltjük tele), amíg teletöltjük a nagyobbik edényt. Ezután ezt kiürítjük és áttöltjük ebbe a kisebb edényben levő folyadékot, majd minden kezdődik elölről.

Érdemes megfigyelni a következő összefüggéseket:

$$4 = 5\cdot(-1) + 3\cdot(+3) \quad (1) \quad \text{és}$$
$$2 = 5\cdot(-2) + 3\cdot(+4) \quad (2)$$

A táblázatból leolvasható, hogy a 4 liter kiméréséhez (lásd a 8. sorban) az 5 literes teli edény tartalmát egyszer ürítettük ki (ezért van a zárójelben -1), továbbá a 3 literes edényt 3-szor töltöttük tele (ezért van a zárójelben +3). A (2) összefüggés esetén is hasonló észrevételt tehettünk. Már ez a két összefüggés felhívja a figyelmet arra, hogy feladatunk kapcsolatban áll az $5x + 3y = 4$ (1') és $5x + 3y = 2$ (2') egyenletekkel, hiszen ezeknek egy-egy megoldását kaptuk meg."

3. A belső ponton át párhuzamost húzunk az oldalakkal, így páronként egyenlő vonalkázott illetve jelöletlen részek keletkeznek (fél paralelogrammák és fél egyenlő oldalú háromszögek).



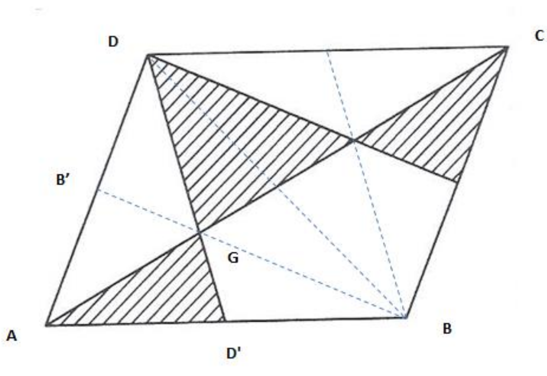
4. Ha az egyes síkidomok területeit az ábrán látható számok jelölik, akkor:

1+2+5 = 8+7+6+4+3 (a téglalap területének a fele)

7+2+3 = 1+8+6+5+4 (hasonlóan)

A két egyenletet összeadva és leegyszerűsítve 2 = 8+6+4 összefüggéshez jutunk.

5. Behúzzuk a paralelogramma másik átlóját illetve az ABD és DBC háromszögek harmadik súlyvonalát. ABD_Δ- ben G súlypont, az $AD'G_\Delta$ területe az $AD'D_\Delta$ területének az $\frac{1}{3}$ – a, a ABD_Δ-nek az $\frac{1}{6}$ – a, a paralelogrammának pedig az az $\frac{1}{12}$ – e. Hasonló tulajdonsággal bír a többi satírozott rész is, tehát összesítve a satírozott terület a paralelogramma területének a $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ része lesz.



6. „A kockának 12 darab, egymással egyenlő hosszú éle van, így a kocka egy éle 4 cm hosszú, és a kocka térfogata 4^3 = 64 cm^3 , ennek $\frac{9}{4}$ – e 144 cm^3. Ugyanekkor az *a, b, c* élű téglatest térfogata $a \cdot b \cdot c$ és mivel b = *c/*2 és *b* = 3*a*, tehát *c* = 2*b* = 6*a*, *abc* = *a* · 3a · 6*a* = 18a^3 .

Másrészt a feltétel szerint $18a^3 = 144$ cm^3 is, így ebből 18-cal egyszerűsítve $a^3 = 8$ cm^3, azaz $a = 2$ cm, s ennélfogva $b = 6$ cm, $c = 12$ cm.

A téglatestnek ezek mindegyikéből 4-4 darabja van, így a téglatest élvázának az elkészítéséhez. $4 \cdot (2 + 6 + 12) = 80$ cm hosszú drótot kellett igénybe venni."

7. „ táblázatba az egyes feltöltések utáni állapotot:

	víz ill. keverék	fagyálló
kezdetben	100%	0%
1. feltöltés után	3/4 rész	1/4 rész
2. feltöltés után	9/16 rész	7/16 rész
3. feltöltés után	27/64 rész	37/ 64 rész
4. feltöltés után	81/256 rész	175/256 rész

Ugyanis a hűtőrendszerben levő víz vagy folyadék $\frac{1}{4}$-ét leeresztve, azzal mindenkori víztartalmának $\frac{1}{4}$-ét is leeresztjük, marad tehát a rendszerben a korábbi víztartalom $\frac{3}{4}$ -e. A 4. feltöltés után 175 : 81 lesz a fagyálló – víz arány."

8. „Készítsünk táblázatot Kati és Éva havonként takarékba tett pénzéről!

	Kati	Éva
január	x lej	x lej
február	$1{,}2 \cdot x$	$0{,}6 \cdot x$
március	$0{,}8 \cdot (1{,}2 \cdot x)$	$1{,}4 \cdot (0{,}6 \cdot x)$

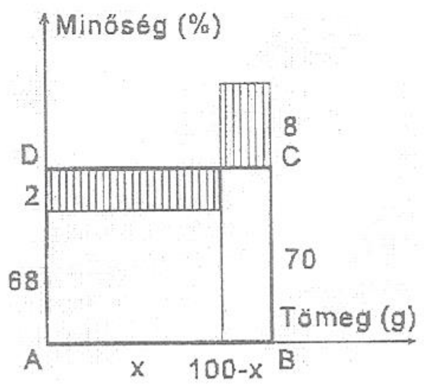
Így együttesen: $2x + 1{,}8x + (0{,}96 + 0{,}84) \cdot x = 840$, tehát

$5{,}6x = 840$, ebből

$x = 150$ lej.

Kati és Éva tehát januárban 150-150 lejt tett a takarékba, majd 180, illetve 90 lejt, és végül márciusban 144, illetve 126 lejt. Ezek összege valóban 840 lej.”

9. „A keresett 68%-os kénsavoldat mennyiségének mérőszámát *x*-el jelöljük. Induljunk ki egy 68 és *x* méretű téglalapból. Rajzoljuk mellé a 100 – *x* alapú és 78 magasságú téglalapot. A felvett magasságon jelöljük ki a 70-et. Az *ABCD* téglalap területe a 100 g 70%-os oldatban levő kénsav mennyiségét jelenti, akárcsak az *x* és 68, valamint a 100 – *x* és 78 méretű téglalapok területeinek az összege. Ezért a két árnyékolt téglalap területe egyenlő.



Tehát 2*x* = 8(100-*x*), vagyis 10*x* = 800, ahonnan *x* = 80 (g), ez a 68%-os kénsavoldat-mennyiséget, a 100 – *x* = 20 (g) pedig a 78%-os kénsavoldat mennyiségét jelöli. A keverési arány (az említett sorrend mellett)80 : 20, vagyis 4 :1.”

Mellékletek

A tudatos vásárló 2013-2014 *(1. melléklet)*

I		Márka:	Tömeg:	Ár:	Ár/kg TIPP:	Ár/kg :
1.	Margarin *(sütni való)*					
2.	Margarin *(könnyen kenhető)*					
3.	Vaj					
4.	Kakaó					
5.	Kávé					
6.	Szalámi *(1 rúd)*					
7.	Mosópor *(legkisebb)*	*azonos*				
8.	Mosópor *(legnagyobb)*	*azonos*				
9.	Egy tetszőleges termék					

A sütni való margarin……-szor olcsóbb, mint a könnyen kenhető margarin.

A vaj ……-szer drágább, mint a sütni való margarin.

A kakaó ……-szer drágább, mint a kávé.

A kétféle csomagolású mosópor között van- e különbség? Ha van, mennyi?

II.	Termék:	Márka:	„Hasznos” anyagtartalom:	%
1.	Csokoládé		Kakaó tartalom	
2.	Ecet		Ecetsav	
3.	Kakaólikőr		Alkohol Kakaó	
4.	Ketchup		Paradicsom	
5.	Dobozos		Gyümölcstartalom	

III.	Márka:	Szárazanyag tartalom:	Teljes tömeg:
Uborka savanyúság1:			
Uborka savanyúság2:			
Kompót1:			
Kompót2:			

2.melléklet, A.

Hosszmértékek:		
Arasz	3 tenyér=8,5 hüvelyk	26,6 cm
Rőf	2,5 láb=3 arasz	78,3 cm
Sing	azonos a magyar rőffel (Erdélyben használták)	
Öl	2,5 rőf=6 láb (fa illetve széna esetében lehet űrmérték is)	1,9 m
Mérföld (magyar)	4000 öl	7,5 km (8,35 km)
A tömeg mértékegységei:		
Font	32 lat	50-60 dkg (1 lat=17,5 g)
Mázsa	100 font	60 kg
A terület mértékegységei:		
Magyar hold	1200 négyszögöl	0,432 ha
Köböl	akkora terület, amelyen 1 köböl gabona terem	
Űrmértékek:		
Icce	2 meszely	8,5 dl
Kupa		1,4 l
Dézsa	10-48 icce	8-38 l
Akó (magyar)	64 icce	54,3 l
Köböl		10-25 l bor, 50-90 kg gabona,

		$\approx 6{,}821 m^3$
Fizetőeszközök:		
Garas	- az aranynál kisebb, de a dénárnál nagyobb váltópénz (XIV-XV. század)	
Krajcár	- kis értékű ezüst- és rézpénz (XVI-XIX.század) 1 forint = 60 krajcár	
Forint	- Magyar aranyforint (1325–1553) - Ezüstalapú forint (1750-1892) - Konvenciós forint (XVIII. század)…	
Pengő	- A pengő elnevezést hagyományosan az ezüstpénzek megnevezésére használták. - 1927- 1947 papírpénz	 

2.melléklet, B.

„Régi mérték mit sem ér már,

Új mértékkel mér a kalmár.

Ha kérsz czukrot, kávét, babot,

Két fontért kapsz kilogrammot.

Hét fontot tesz négy kilogramm,

Négy latot meg hét dekagramm.

Egy gramm egy fertály nehezék,

Ezt jól megjegyezni tessék!

Holdszámra sem mérhetünk már,

E helyett azt mondjuk: hektár.

Englischbittert, szilvóriumot,

Avagy jamaikai- rumot

Többé nem itczével mérik,

Hanem literszámra kérik.

Egy liter három fertály pint,

Boltban benn és piacon kint.

Egy és három fertály akó

Hektólitert színig adó.

Kilenc rőf meg hét métert tesz,

Ha valaki pántlikát vesz,

Ezt elfeledni nem szabad,

S aki igen: szamár marad!”

Irodalomjegyzék

1. http://gyakorlo.atfk.nyme.hu/fileadmin/dokumentumok/oveges/Matematika_1-4_.pdf

(A matematika tanításának fekadata, célja/nincs cím/- Csek Katalin az ELTE Óvóképző Főiskola tanárának munkája)

2. http://etananyag.ttk.elte.hu/FiLeS/downloads/EJ-Angyal_Kornyezettud-i_terepgyakorlat.pdf

(Környezettudományi terepgyakorlat- ELTE TTK tanári kara , 2012)

3. Mérések elmélete és módszertana a matematika tanításában- Dr. Török Tamás (Calibra Kiadó, Budapest)

4. http://hu.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9r%C3%A9si_sk%C3%A1l%C3%A1k

(Mérési skálák- Stanley Smith Stevens szerint)

5. http://hu.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9ter (a méterrendszer és etalon története)

6. http://hu.wikipedia.org/wiki/Bay_Zolt%C3%A1n (Bay Zoltán élete és munkássága)

7. Matematikai módszerek a természettudományokban- Pólya György (Gondolat Könyvkiadó, Budapest, 1984)

8. http://www.mozaik.info.hu/Homepage/pdf/folyoirat/A_matematika_tanitasa_2013-2.pdf

(Reprezentációk a százalékszámítás tanításában- Dr Ambrus Gabriella és Dr. Anke Wagner cikke a *A matematika tanítása című* folyóirat októberi számában, 2013)

9. http://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termeszettudomanyok/foldrajz/meteorologia/az-idojaras-elorejelzese-az-idojaras-matematikai-modellezese/az-idojaras-matematikai-modellezese-kezdeti-lepesek

(Az időjárás matematikai modellezése- Kezdeti lépések)

10. http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok/meteorologiai_fgy/ch05s03.html
(Klasszikus dinamikus meteorológiai feladatgyűjteményII.-ELTE, 2013)

11. http://nimbus.elte.hu/beta/tanszek/docs/PieczkaIldiko_2007.pdf
(Az AROME nem- hidrosztatikus korlátos tartományú modell alkalmazása a mezoskálájú, szélsőséges jelenségek előrejelzésénél- Pieczka Ildikó diplomamunkája, 2007, Budapest)

12. http://www.oktatas.hu/kozneveles/meresek/pisa/peldafeladatok_pisa

(Nyilvánosságra hozott PISA feladatok)

13. Hogyan oldjunk meg aritmetikai feladatokat?- Tuzson Zoltán (Ábel Kiadó,2005, Kolozsvár)

14. Logikai sziporkák-Jean- Claude Baillif (Magyar Könyvklub, 2000, Budapest)
15. 2000 feladat az elemi matematika köréből- Róka Sándor (Typotex Kiadó, 2010, Budapest)
16. Varga Tamás Matematikai Versenyek- Pogáts Ferenc (Typotex Kiadó, 1997, Budapest)
17. Útmutató környezeti nevelési tantervek fejlesztéséhez/Guide to Curriculum Planning in Enviromental Education, 1994 (Magyar Környezeti Nevelési Egyesület kiadványa)
18. Lavallai Napló- Dr. Karácsonyi Rezső (Múzsák Közművelődési Kiadó, 1998, Budapest)
19. Egy a valóság és ezer a ruhája- Dr. Karácsonyi Rezső (Tankönyvkiadó, 1984, Budapest)
20. Így tanítjuk a matematikát II.- Dr. Pelle Béla (Tankönyvkiadó, 1982)
21. Matematika 5. Osztály, II.- Csahóczi Erzsébet- Csatár Katalin- Kovács Csongorné- Morvai Éva- Széplaki Györgyné- Szeredi Éva (Apáczai Kiadó,2000, Celldömölk)
22. Matematikatörténeti ABC- Sain Márton (Nemzeti Tankönyvkiadó- Typotex, 1993, Budapest)
23. Arányok és talányok- Hámori Miklós (Magyar Világ Kiadó, 2002)
24. Geodézia- Dr. Karsai Ferenc (Nemzeti Tankönyvkiadó, 1997, Budapest)
25. Az SI mértékegységekről- Moldoványi Gyula (Műszaki Könyvkiadó, 1980, Budapest)
26. Fejtörő játékok, játékos fejtörők- Berger György (Dacia Könyvkiadó, 1975, Kolozsvár)
27. Régi szórakoztató feladatok- Sz. N. Olehnyik- J. V. Nyesztyerenko- M. K. Potapov (Műszaki könyvkiadó, 1990, Budapesr)
28. Matematika képes szótár- Tori Large(Novum Kiadó, 2004, Szeged)
29. Banii pe intelesul copiilor- Ligia Georgescu-Golosoiu (editura Didactica si pedagogica, 2008)
30. http://www.szrfk.hu/rtk/kulonszamok/2013_cikkek/2013-2-27-Loraszko_Balazs.pdf
(A katonai repülés lehetséges szerepe a középiskolai matematikaoktatásban- Lorászkó Balázs)
31. www.gti.ktk.pte.hu/files/tiny_mce/**Dudas**_PTE_teljes.doc
(A tudatos fogyasztás- Dudás Katalin)
32. http://www.fisme.science.uu.nl/en/mascil/
(Ghid pentru profesori asupra elaborării materialelor didactice IBST pentru matematică și științe, folosind contexte de la locuri de muncă)
33. www.nefmi.gov.hu/letolt/kozokt/ii/**matematika**2.rtf
(a matematika oktatása 5-8. évfolyamon)
34. https://www.cs.elte.hu/blobs/diplomamunkak/bsc_matelem/2011/macsotai_agnes.pdf

(Differenciálegyenketek megoldásai- Macsotai Ágnes diplomamunkája)

35. www.kee.hu/kerttechnika/targyak/geodezia/Kituzesi%20**eljaras**ok.pdf

(Geodéziai kitűzési eljárások a kertépítésnél)

36. http://www.balthazarzsolt.hu/index.php?option=com_docman&task=cat_view&gid=25&Itemid=34

(kvadráns készítésének leírása)

37. http://hajozzunk.hu/a-szextans-hasznalata-a-parthajozasban

(a szeksztáns használata)

38. http://dppd.ulbsibiu.ro/ro/cadre_didactice/adriana_nicu/40.
cursuri/Pedagogie%202_curs_3_Metode%20si%20mijloace%20de%20invatamant.pdf

(tanítási módszerek)

39. http://invitel.hu/tnyari/tudas/matek/kamatsz.pdf

(Dr. Horváth Zsuzsanna: Képletgyűjtemény)

40. http://albar.lapunk.hu/?modul=oldal&tartalom=1075019

41. hu/bal_menusor/hasznalat/oktatas/mindenkinek/kerdezz_-_felelek/mertekegysegek.html

(régi magyar mértékegységek)

42. http://wwwold.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz110708/FizSzem-20110708.pdf

(Magasságmérés a természetben Galilei nyomán- Biróné Kabály Enikő)

43. https://tananyagbank.nive.hu/GetTartalomelemDokumentum.ashx?Id=3962

(Geometriai mérések- Molnár István)

44. http://www.bethlen.hu/Portals/0/Komplex_tt_modszertan.pdf

(Komplex természettudományos és környezettudatos nevelés/ módszertani kézikönyv-
Bethlen Gábor Ált. Isk. tanárai)