

Elemi matematika szakkör

Kolozsvár, 2015. december 14.

1.1. Feladat. Az ABC háromszögben $A_1 \in BC$, $B_1 \in CA$ és $C_1 \in AB$ úgy, hogy $AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 \neq \emptyset$. Az A -n át a BC -hez húzott d párhuzamos az A_1C_1 és A_1B_1 egyeneseket rendre az M , illetve N pontban metszi. Igazold, hogy $AM = AN$.

1.2. Feladat. Az ABC háromszögben $A_1 \in BC$, $B_1 \in CA$ és $C_1 \in AB$ úgy, hogy az A_1, B_1, C_1 pontok közül páratlan számú pont helyezkedik el a megfelelő oldal belsejében. Az A -n át a BC -hez húzott d párhuzamos az A_1C_1 és A_1B_1 egyeneseket rendre az M , illetve N pontban metszi. Bizonyítsd be, hogy ha $AM = AN$, akkor $AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 \neq \emptyset$.

1.3. Feladat. Az ABC háromszögben AA_1 , BB_1 és CC_1 belső szögfelezők ($A_1 \in BC$, $B_1 \in CA$ és $C_1 \in AB$). Igazold, hogy ha $m(\widehat{B_1A_1C_1}) = 90^\circ$, akkor $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$.

1.4. Feladat. Az ABC hegyesszögű háromszögben $A_1 \in (BC)$, $B_1 \in (CA)$ és $C_1 \in (AB)$ úgy, hogy az $A_1B_1C_1$ háromszög minden belső szögfelezője merőleges az ABC háromszög megfelelő oldalára. Igazold, hogy AA_1 , BB_1 és CC_1 az ABC háromszög magasságai.

1.5. Feladat. Az ABC háromszögben az AM , BN és CP összefutó egyenesek (M a BC , N a CA és P az AB oldalon). Jelöljük az AM és NP metszéspontját Q -val. Bizonyítsd be, hogy ha a $\widehat{BQM}$ és $\widehat{MQC}$ szögek egyenlők, akkor AM merőleges NP -re! (XI. NMMV, Sepsiszentgyörgy)

1.6. Feladat. Az ABC háromszög belső szögfelezői a szembenfekvő oldalakat az A_1, B_1 , illetve C_1 pontban metszik. Bizonyítsd be, hogy ha $AC \geq AB$, akkor

$$\frac{A_1C_1}{A_1B_1} \geq \frac{a+c}{a+b}.$$

1.7. Házi feladat. Ha az ABC háromszögben $A_1 \in (BC)$, $B_1 \in (CA)$ és $C_1 \in (AB)$ úgy, hogy $AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 \neq \emptyset$ és $m(\widehat{B_1A_1C_1}) = 90^\circ$, akkor A_1C_1 felezi az AA_1B szöget és A_1B_1 az AA_1C szöget.

1.8. Házi feladat. Az ABC háromszögbe írt kör középpontját jelöljük O -val és az AO , BO , illetve CO metszéspontját a szembenfekvő oldalakkal rendre A_1, B_1 és C_1 -gyel. Bizonyítsd be, hogy ha $AC \leq AB$, akkor

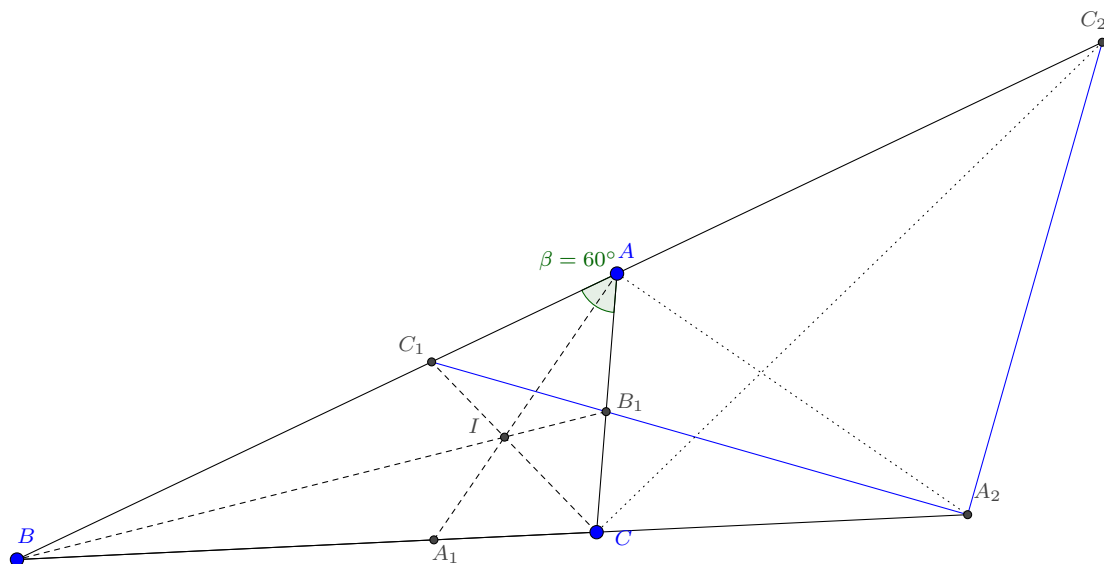
$$\frac{A_1B_1}{A_1C_1} \geq \frac{a \cos A + b \cos B}{a \cos A + c \cos C}.$$

1.9. Házi feladat. Az ABC háromszög belső szögfelezői a szembenfekvő oldalakat az A_1, B_1 , illetve C_1 pontban metszik. Bizonyítsd be, hogy ha

$$\frac{A_1C_1}{A_1B_1} = \frac{a+c}{a+b},$$

akkor $AB = AC$.

1.10. Házi feladat. Az ABC háromszögben a belső szögfelezők talppontját jelöljük A_1, B_1 és C_1 -gyel, a külső szögfelezők talppontját A_2, B_2, C_2 -vel. Igazoljuk, hogy ha $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$, akkor $B_1C_1 \perp B_2C_2$! Igaz-e az előbbi állítás fordítottja?



Megjegyzés A házi feladat megoldása során használható számológép vagy számítógép, de a feladatok megoldása a gondolatmenet részletezését jelenti, nemcsak az eredmény kiszámolását. Házi feladatot a felületen regisztrált felhasználók küldhetnek be.

**A HÁZI FELADATOK BEKÜLDÉSI HATÁRIDEJE:
2015. december 20., 23:00**