

Elemi matematika szakkör

Kolozsvár, 2015. október 12.

Az $n \in \mathbb{N}^*$ természetes számot teljes hatványnak nevezzük, ha létezik $b \in \mathbb{N}$, $b \geq 2$ és $a \in \mathbb{N}^*$ úgy, hogy $n = a^b$.

1.1. Feladat. *Határozd meg azt a legnagyobb természetes számot, amely nem állítható elő páronként különböző teljes hatványok összegeként¹!*

1.2. Feladat. *Határozd meg azt a legnagyobb természetes számot, amely legfeljebb egyféleképpen állítható elő páronként különböző teljes hatványok összegeként!*

1.3. Feladat. *Bármely $n \geq 7$ természetes szám vagy prímszám, vagy előállítható páronként különböző prímszámok összegeként!*

1.4. Feladat. *Bizonyítsd be, hogy végtelen sok olyan természetes szám létezik, amely nem állítható elő két teljes négyzet összegeként!*

1.5. Feladat. *Határozd meg azt a legnagyobb természetes számot, amely nem állítható elő páronként különböző teljes négyzetek összegeként!*

1.6. Házi feladat. *Bizonyítsd be, hogy végtelen sok olyan természetes szám létezik, amely nem állítható elő három teljes négyzet összegeként!*

1.7. Házi feladat. *Határozd meg azt a legnagyobb természetes számot, amely legfeljebb kétféleképpen állítható elő páronként különböző teljes hatványok összegeként!*

1.8. Házi feladat. *Bizonyítsd be, hogy bármely $n \geq 12$ természetes szám legalább kétféleképpen állítható elő páronként különböző prímszámok összegeként!*

1.9. Nyitott kérdés. *Igaz-e, hogy bármely $n, k, l \geq 2$ esetén létezik olyan $K(n, k, l)$ küszöbszám, amelyre a $K(n, k)$ -nál nagyobb egészek mind előállíthatók legalább l különböző módon, legfeljebb k darab teljes n -edik hatvány összegeként? (lásd Lagrange tétele négy teljes négyzetre, Waring problémakör)*

Megjegyzés A házi feladat megoldása során használható számológép vagy számítógép, de a feladatok megoldása a gondolatmenet részletezését jelenti, nemcsak az eredmény kiszámolását. Házi feladatot a felületen regisztrált felhasználók küldhetnek be.

A HÁZI FELADATOK BEKÜLDÉSI HATÁRIDEJE:
2015. október 18., 23:00

¹egytagú összeg is megengedett, tehát pl. $4 = 4$ egy helyes előállítás