

Elemi matematika szakkör

Kolozsvár, 2016. február 22.

1.1. Feladat. Az ABC háromszög egy tetszőleges M belső pontjának az A csúctól mért távolsága R_a , az AB , illetve AC oldaltól mért távolsága d_c és d_b . Bizonyítsd be, hogy

$$b \cdot d_b + c \cdot d_c \leq R_a \quad \text{és}$$

$$b \cdot d_c + c \cdot d_b \leq R_a.$$

1.2. Feladat. (Erdős-Mordell) Bizonyítsd be, hogy

$$R_a + R_b + R_c \geq 2(r_a + r_b + r_c),$$

ahol R_a, R_b, R_c egy tetszőleges M pont távolságai az ABC háromszög csúcsaitól és r_a, r_b, r_c az M távolságai az ABC oldalaitól.

1.3. Feladat. Bizonyítsd be, hogy

$$x^2 R_a + y^2 R_b + z^2 R_c \geq 2(yz r_a + zx r_b + xy r_c),$$

ahol R_a, R_b, R_c egy tetszőleges M pont távolságai az ABC háromszög csúcsaitól és r_a, r_b, r_c az M távolságai az ABC oldalaitól.

1.4. Feladat. (Barrow) Bizonyítsd be, hogy

$$R_a + R_b + R_c \geq 2(l_a + l_b + l_c),$$

ahol R_a, R_b, R_c egy tetszőleges M pont távolságai az ABC háromszög csúcsaitól és l_a, l_b, l_c az MBC , MAC , illetve MAB háromszögekben az M csúcsból induló belső szögfelező hossza!

1.5. Feladat. (M.S. Klamkin) Bizonyítsd be, hogy

$$(x + y + z)(xR_a^2 + yR_b^2 + zR_c^2) \geq yza^2 + xzb^2 + xyc^2,$$

ahol a, b, c az ABC háromszög oldalainak hossza, x, y, z tetszőleges valós számok és R_a, R_b, R_c egy tetszőleges síkbeli pont távolságai a háromszög csúcsaitól.

1.6. Feladat. (Y. J. Wolstenholme) Bizonyítsd be, hogy

$$a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 \geq yz(b^2 + c^2 - a^2) + zx(a^2 + c^2 - b^2) + xy(a^2 + b^2 - c^2),$$

ahol a, b, c egy háromszög oldalainak hosszai és $x, y, z \in \mathbb{R}$.

1.7. Feladat. Bizonyítsd be, hogy

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2(yz \cos A + zx \cos B + xy \cos C),$$

A, B, C egy háromszög szögeinek mértékei és $x, y, z \in \mathbb{R}$.

1.8. Házi feladat. *Vizsgáld meg egy Geogebra-ban végzett kísérlet segítségével, hogy igaz marad-e az 1.4 feladatban kijelentett egyenlőtlenség, ha a szögfelezőket oldalfelezőkkel helyettesítjük!*

1.9. Házi feladat. *Vizsgáld meg egy Geogebra-ban végzett kísérlet segítségével, hogy igaz marad-e az 1.4 feladatban kijelentett egyenlőtlenség, ha az egyik szögfelezőt oldalfelezővel helyettesítjük!*

1.10. Házi feladat. *Fogalmazd meg és bizonyítsd be a 1.4 feladat egy parametrizált változatát!*

Megjegyzés A házi feladat megoldása során használható számológép vagy számítógép, de a feladatok megoldása a gondolatmenet részletezését jelenti, nemcsak az eredmény kiszámolását. Házi feladatot a felületen regisztrált felhasználók küldhetnek be.

**A HÁZI FELADATOK BEKÜLDÉSI HATÁRIDEJE:
2016. február 28., 23:00**