

Elemi matematika szakkör

Kolozsvár, 2016. február 15.

1.1. Feladat. Bizonyítsd be, hogy ha M egy tetszőleges pont az ABC egyenlő oldalú háromszög köré írt kisebbik BC körívén, akkor $MA = MB + MC$.

1.2. Feladat. Bizonyítsd be, hogy ha M egy tetszőleges pont az ABC egyenlő oldalú háromszög síkjában, akkor az MA, MB és MC szakaszok hosszai lehetnek egy (esetleg elfajult) háromszög oldalhosszai!

1.3. Feladat. Az ABC háromszög egyik szögének mértéke sem nagyobb mint 120° . A háromszög oldalaira kifele szerkesszük meg a BCM , az ACN és az ABP egyenlő oldalú háromszögeket.

a) Bizonyítsd be, hogy az így szerkesztett egyenlő oldalú háromszögek köré írt köröknek van egy közös T pontja.

b) Bizonyítsd be, hogy az AM, BN és CP egyenesek összefutóak!

1.4. Feladat. Az ABC háromszög egyik szögének mértéke sem nagyobb mint 120° . Határozd meg azt az X pontot a háromszög belsejében, amelyre $XA + XB + XC$ minimális!

1.5. Feladat. Tervezz minimális összhosszúságú útvonlhálózatot egy négyzet belsejében úgy, hogy minden csúcsból lehessen eljutni minden más csúcsba!

1.6. Feladat. (NMO, 1995) Az $ABCDEF$ konvex hatszögben $AB = BC = CD$ és $DE = EF = FA$ valamint $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{EFA}) = \frac{\pi}{3}$. A G és H pontok a hatszög belsejében vannak és $m(\widehat{AGB}) = m(\widehat{DHE}) = \frac{2\pi}{3}$. Bizonyítsd be, hogy

$$AG + GB + GH + DH + HE \geq CF.$$

1.7. Feladat. Bizonyítsd be, hogy ha M egy tetszőleges pont az ABC háromszög belsejében és a háromszögnek nincs 120° -nál nagyobb szöge, akkor

$$MA + MB + MC \geq 6r.$$

1.8. Feladat. Az ABC hegyesszögű háromszög belsejében határozd meg azt az X pontot, amelyre $\sqrt{2}XA + XB + XC$ minimális!

1.9. Házi feladat. Az ABC hegyesszögű háromszög belsejében határozd meg azt az X pontot, amelyre $\sqrt{3}XA + XB + XC$ minimális!

1.10. Házi feladat. Általánosítsd az előbbi két feladat eredményét tetszőleges $m_1XA + m_2XB + m_3XC$ alakú súlyozott összegre!

1.11. Házi feladat. Általánosítsd az 1.3 feladatot arra az esetre, amikor a háromszög oldalaira szerkesztett háromszögek nem egyenlő oldalúak, hanem csak egymással hasonlóak!

Megjegyzés A házi feladat megoldása során használható számológép vagy számítógép, de a feladatok megoldása a gondolatmenet részletezését jelenti, nemcsak az eredmény kiszámolását. Házi feladatot a felületen regisztrált felhasználók küldhetnek be.

A HÁZI FELADATOK BEKÜLDÉSI HATÁRIDEJE:
2016. február 21., 23:00